

शिक्षक निर्देशिका

माध्यमिक तह, कक्षा ९

विषय : गणित

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

© पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०८०

(यो शिक्षक निर्देशिका पाठ्यक्रमले तोकेका विषयगत सिकाइ उपलब्धि पूरा गर्न तथा पाठ्यपुस्तकका क्रियाकलापको सहजीकरणमा शिक्षकलाई मदत पुगोस् भन्ने हेतुले विकास गरिएको हो । यसलाई अझ राम्रो बनाउन प्रयोगकर्ताका सुझाव भए केन्द्रको समन्वय तथा सम्पादन शाखामा उपलब्ध गराउनुहुन अनुरोध छ ।)

हाम्रो भनाइ

शिक्षण एउटा कला हो । पाठ्यक्रम शिक्षण सिकाइको मूल आधार हो । पाठ्यपुस्तक विद्यार्थीमा अपेक्षित दक्षता विकास गर्ने एक मुख्य साधन हो । यही पाठ्यपुस्तकको सफल र अर्थपूर्ण कार्यान्वयनका लागि शिक्षकलाई सहजीकरण गर्ने सामग्री शिक्षक निर्देशिका हो । यस पक्षलाई दृष्टिगत गर्दै पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले विद्यालय शिक्षालाई व्यावहारिक, समयसापेक्ष र गुणस्तरीय बनाउने उद्देश्यले पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यलाई निरन्तरता दिँदै आएको छ । आधारभूत शिक्षाले बालबालिकामा आधारभूत साक्षरता, गणितीय अवधारणा र सिप एवम् जीवनोपयोगी सिपको विकासका साथै व्यक्तिगत स्वास्थ्य तथा सरसफाइसम्बन्धी बानीको विकास गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्छ । आधारभूत शिक्षाका माध्यमबाट बालबालिकाहरूले प्राकृतिक तथा सामाजिक वातावरणप्रति सचेत भई अनुशासन, सदाचार र स्वावलम्बन जस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुणको विकास गर्नुपर्छ । यसले विज्ञान, वातावरण र सूचना प्रविधिसम्बन्धी आधारभूत ज्ञानको विकास गराई कला तथा सौन्दर्यप्रति अभिरुचि जगाउनुपर्छ । शारीरिक तन्दुरुस्ती, स्वास्थ्यकर बानी एवम् सिर्जनात्मकताको विकास तथा जातजाति, धर्म, भाषा, संस्कृति, क्षेत्रप्रति सम्मान र समभावको विकास पनि आधारभूत शिक्षाका अपेक्षित पक्ष हुन् । दैनिक जीवनमा आइपर्ने व्यावहारिक समस्याहरूको पहिचान गरी समाधानका उपायको खोजी गर्नु पनि आधारभूत तहको शिक्षाका आवश्यक पक्ष हुन् । यी सबै पक्षको सहज प्राप्तिका लागि शिक्षण गर्न शिक्षकलाई उचित निर्देशन दिने कार्य शिक्षक निर्देशिकाले गर्ने भएकाले सोको प्रभावकारी कार्यान्वयनका लागि यस निर्देशिकाको विकास गरिएको हो ।

यस शिक्षक निर्देशिकाको लेखन तथा सम्पादन श्री विनोदप्रसाद पन्त, श्री विमल भट्टराई, श्री सरोजा न्यौपाने, श्री रिनु श्रेष्ठ र श्री रामचन्द्र ढकालबाट भएको हो । निर्देशिकालाई यस रूपमा ल्याउने कार्यमा केन्द्रका महानिर्देशक श्री बैकुण्ठप्रसाद अर्याल विषय समितिका पदाधिकारी श्री हरिप्रसाद उपाध्याय, श्री प्रमिला बखती, श्री ज्ञानेन्द्र वन, श्री नवीन पौड्याल, श्री सत्यनारायण महर्जन र श्री अनुपमा शर्माको योगदान रहेको छ । यस निर्देशिकाको भाषा सम्पादन श्री चिनाकुमारी निरौलाबाट र कला सम्पादनबाट भएको हो । यस निर्देशिकाको विकास तथा सम्पादन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

शिक्षक निर्देशिका शिक्षकलाई कार्यगत प्रशिक्षण दिने र सिकाइ सहजीकरण प्रक्रियामा नवीन प्रविधिसँग सधैं सक्रिय राख्ने पूरक सामग्री हो । यसमा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा निर्देश गरिएका सिकाइ सक्षकता, सिकाइ उपलब्धि, विषयवस्तुको विश्लेषण तथा सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकले अपनाउनुपर्ने विधि र तरिका उल्लेख गरिएको छ । यसबाट सिकाइ बालकेन्द्रित, सिकाइकेन्द्रित, अनुभवकेन्द्रित, उद्देश्यमूलक, प्रयोगमुखी र क्रियाकलापमा आधारित हुने अपेक्षा गरिएको छ । यसमा दिइएका क्रियाकलापलाई शिक्षकले आधारका रूपमा उपयोग गरी उत्पादनमूलक क्रियाकलापका माध्यमबाट विद्यार्थीको ज्ञान, सिप र धारणको विकास गराई सिकेका विषयवस्तुलाई प्रयोगिक बनाउन सक्ने छन् भन्ने अपेक्षा गरिएको छ ।

सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकलाई निरन्तर सहयोग पुऱ्याओस् भन्ने हेतुले यस निर्देशिकाको विकास गरिएको छ । कक्षामा सबै प्रकारका क्षमता भएका विद्यार्थीको सिकाइ उपलब्धिलाई वैयक्तिक रूपमै आकलन गर्न सहज होस भन्ने ध्येय यस निर्देशिकाको रहेको छ । सिकाइ र विद्यार्थीको जीवन्त अनुभवविच तादात्म्य कायम गर्दै यसको सहज प्रयोग गर्न शिक्षकले सहजकर्ता, उत्प्रेरक, प्रवर्धक र खोजकर्ताका रूपमा भूमिकाको अपेक्षा यस निर्देशिकाले गरेको छ । यस

निर्देशकालाई अझ परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत विशेष भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुभावाका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

परिचय

माध्यमिक तह कक्षा ९-१० को पाठ्यक्रम, २०७८ अनुसार विकास गरिएको कक्षा ९ को गणित विषयको पाठ्यपुस्तकका आधारमा यो शिक्षक निर्देशिका तयार गरिएको छ । यस निर्देशिकामा शिक्षण क्रियाकलाप सञ्चालन गर्दा पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धि र गणितीय सिप विकास गराउने किसिमका क्रियाकलापहरू सञ्चालन गर्न सजिलो हुने गरी पाठ्यपुस्तकका प्रत्येक पृष्ठमा गर्न सकिने सम्भावित क्रियाकलापहरू दिइएका छन् । गणितीय सिप विकासका लागि परियोजना कार्यमा आधारित खोज विधि, प्रयोगात्मक विधि, स्थलगत अवलोकन आदि जस्ता विद्यार्थीलाई गरेर सिकने खालका विधिको अलावा समस्या समाधान विधिको चयन गर्नुपर्ने कुरालाई यस निर्देशिकाले आत्मसात् गरेको छ ।

यस निर्देशिकाका प्रत्येक एकाइमा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका पाठमा आधारित भई परिचय, शिक्षण योजना /पाठ्यांश विभाजन तालिका समेटिएका छन् । साथै कार्यघण्टाअनुसार प्रत्येक दिनका लागि सिकाइ उपलब्धि, शैक्षणिक सामग्री, क्रियाकलाप, मूल्याङ्कनका विविध पक्ष उल्लेख गरिएका छन् । यसमा दिइएका क्रियाकलाप नमुना मात्र हुन्, शिक्षकले यिनकै आधारमा बढीभन्दा बढी अभ्यास क्रियाकलाप, कक्षाकार्य गराएर गणितीय दक्षता विकास गर्नुपर्ने हुन्छ ।

निर्देशिका प्रयोग सम्बन्धमा

1. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापबाहेक अन्य थप क्रियाकलाप आवश्यक देखिएमा सोहीअनुसार दैनिक पाठ योजना बनाउन सकिने छ ।
2. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापहरू शिक्षण सिकाइका क्रममा क्रियाकलाप छनोट गर्दा सहयोग पुऱ्याउने प्रयोजनका लागि तयार गरिएको हो । त्यसैले यसमा प्रस्तुत गरिएका क्रियाकलापहरू नमुना वा उदाहरण मात्र भएकाले शिक्षकले आफ्नो परिवेशअनुरूप क्रियाकलापहरू थप गर्न र परिमार्जन गर्न सकिने छ ।
3. यस शिक्षक निर्देशिकामा पाठका लागि छुट्याइएको कार्यघण्टा अनुमानित मात्र भएको हुँदा शिक्षकहरूले शिक्षण सिकाइका क्रममा यसलाई परिवर्तन गर्न सक्नुहुने छ ।
4. पाठगत विषयवस्तु शिक्षणका लागि उल्लिखित शैक्षणिक सामग्रीको सट्टा स्थानीय रूपमा उपलब्ध हुन सक्ने उपयुक्त सामग्रीको प्रयोग गर्न सकिने छ ।
5. विद्यार्थीको मूल्याङ्कनलाई सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापको अभिन्न अङ्गका रूपमा समावेश गरी सिकाइ सुधार र विकासका लागि निरन्तर पृष्ठपोषण प्रदान गर्ने माध्यमका रूपमा विकास गर्नुपर्दछ ।
6. कुनै पाठ तथा एकाइ शिक्षणपश्चात् प्राप्त गर्नुपर्ने उपलब्धिमा आधारित भई विद्यार्थीको परीक्षण गर्ने र परीक्षणको नजिताका आधारमा सिकाइमा कमजोर देखिएका विद्यार्थीलाई सुधारात्मक सिकाइ क्रियाकलापमा सहभागी गराई उनीहरूकै गतिमा सिकाइ गर्ने र सुधार गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्दछ ।

7. प्रत्येक दिन सिकाइ सहजीकरणको क्रममा विद्यार्थी क्रियाकलापको अवलोकन गर्दै विद्यार्थीलाई दिइएको जिम्मेवारीअनुसार निर्धारित क्रियाकलापहरूमा विद्यार्थीले अवलोकन गर्ने, प्रयोग तथा परीक्षण गर्ने, शोधखोज गर्ने जस्ता सिपहरू प्रदर्शन गरे नगरेको हेरेर लेखाजोखा गर्नुपर्दछ ।
8. विद्यार्थीको कार्यका आधारमा सिकाइका लागि मूल्याङ्कन तथा आन्तरिक मूल्याङ्कन प्रयोजनसमेतका लागि प्रत्येक विद्यार्थीको प्रगतिको अभिलेख राख्नुपर्दछ । उक्त अभिलेखको आधारमा सिकाइमा कठिनाइ तथा समस्या भएका विद्यार्थी पहिचान गरी थप सहयोगका लागि निरन्तर रूपमा आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुपर्ने छ ।
9. विद्यार्थीको दैनिक सिकाइ लेखाजोखाका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा दिइएका आधारहरू तथा रुब्रिक्सको प्रयोग गर्नुपर्ने छ ।
10. प्रत्येक दिनको सिकाइ क्रियाकलाप गराउने क्रममा सिकाइमा समस्या देखिएका बालबालिकाहरूका लागि थप सहयोग गर्न प्रतिभावान् विद्यार्थीलाई प्रोत्साहित गर्ने तथा सहयोगात्मक र सहकार्य पद्धतिअनुसार सहजीकरण गर्नुपर्छ ।
11. शारीरिक कमजोरी वा विशेष क्षमता भएका विद्यार्थीका लागि न्यूनतम सिकाइ सुनिश्चित गर्न उपयुक्त मूल्याङ्कनका साधन विकास गरी सिकाइको लेखाजोखा गर्नुपर्ने छ ।
12. सिकाइ सहयोग आवश्यकता भएका विद्यार्थीलगायत सबै विद्यार्थीका हकमा न्यूनतम सिकाइ उपलब्धि हासिल भएको सुनिश्चितता नभएसम्म पृष्ठपोषणलाई निरन्तरता (Scaffolding) दिनुपर्ने छ ।
13. विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा व्यवस्था भएबमोजिम विद्यार्थीको आन्तरिक मूल्याङ्कनको अभिलेखलाई प्रत्येक विद्यार्थीको कार्यसञ्चयिका (Portfolio) मा व्यवस्थित गरी अभिलेखीकरण गर्नुहोस् ।
14. प्रत्येक एकाइको अन्त्यमा दिइएका अभ्यासका प्रश्नलाई आधार बनाई तथा एकाइ परीक्षा लिई समग्र एकाइको मूल्याङ्कन गर्न सकिने छ ।
15. हरेक एकाइमा मूल्याङ्कनका साधन तथा क्रियाकलापलाई प्रयोग गर्दा रचनात्मक सोच, समस्या समाधान, सिकाइ तथा सञ्चार सिपलगायतका व्यवहारकुशल सिपको विकासमा मदत पुग्ने पक्षमा विशेष जोड दिनुपर्ने छ ।
16. परियोजना कार्य विद्यार्थी आफैँले वास्तविक संसारमा गरेर सिक्ने (learning by doing) सिद्धान्तमा आधारित हुने भएको हुँदा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका परियोजना कार्य सञ्चालनका लागि योजना बनाउनुपर्ने छ । उक्त योजनामा विषयवस्तुको प्रकृतिअनुसार शिक्षकको सहयोग, अभिभावकको सहयोग, तथा विद्यार्थीले व्यक्तिगत रूपमा वा समूहमा गर्नुपर्ने हो सोको सुनिश्चित गर्नुपर्दछ । यसका अलावा उक्त परियोजना कार्य कति समयमा सम्पन्न गर्नुपर्ने हो, कक्षामा कुन दिन प्रस्तुतीकरण गर्नुपर्ने हो र उक्त परियोजना कार्यलाई आन्तरिक मूल्याङ्कनसँग जोड्नुपर्ने पक्षसमेत समेट्नुपर्ने छ ।
17. कक्षामा दिइएका कार्यमा उत्कृष्ट गर्ने विद्यार्थीलाई प्रत्येकका लागि मेरिट चिट प्रदान गर्ने व्यवस्था गरी वर्षभरिमा जुन विद्यार्थीले सबै भन्दा बढी मेरिट चिट प्राप्त गरेको हुन्छ, उसलाई पुरस्कारको व्यवस्था गर्ने जस्ता कार्य गरी विद्यार्थीलाई सिकाइमा उत्प्रेरित गर्न सकिने छ ।
18. गणितीय अवधारणाहरू शिक्षण गर्दा विद्यार्थी परिचित ठोस वस्तुहरूको प्रयोग, वस्तुको चित्र, उदाहरण, विद्यार्थीका अनुभव, घटनाबाट सुरु गर्नुपर्दछ ।
19. गणितीय विषयवस्तुको नयाँ अवधारणाका लागि क्रमशः ठोस (concrete), चित्र (pictorial) र सङ्केत (abstract) चरण प्रयोग गरी शिक्षण गर्नु पर्दछ ।

विषयसूची

क्र.स.	पाठ	पृष्ठसङ्ख्या
1.	समूह	1 - 21
2.	कर	22 - 35
3.	कमिसन र लाभांश	36 - 46
4.	घरायसी अङ्कगणित	47 - 67
5.	क्षेत्रफल	68 - 87
6.	प्रिज्म	88 - 99
7.	बेलना र गोला	100 - 115
8.	अनुक्रम र श्रेणी	116 - 136
9.	खण्डीकरण	137 - 155
10.	महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य	156 - 165
11.	रेखीय समीकरण	166 - 181
12.	घाताङ्क	182 - 190
13.	त्रिभुज	191 - 208
14.	चतुर्भुज	209 - 227
15.	रचना	228 - 237
16.	वृत्त	238 - 248
17.	तथ्याङ्कको वर्गीकरण र प्रस्तुतीकरण	249 - 268
18.	केन्द्रीय प्रवृत्तिको मापन	269 - 279
19.	सम्भाव्यता	280 - 290
20.	त्रिकोणमिति	291 - 306

पाठ १

समूह

परिचय

समूह क्षेत्रअर्न्तगत यस पाठमा समूहका क्रियाहरू जस्तै: समूहको संयोजन, प्रतिच्छेदन फरक, पूरक र गणनात्मकता बारेमा अध्ययन गर्ने छन । यस पाठमा तीनओटा समूहसम्मको भेनेचित्र प्रयोग गरी समूहका क्रिया गर्न सक्ने छन् । आफ्नो वरिपरि पाइने वस्तुहरूको प्रयोगबाट उपसमूह भएको समूहका क्रियाहरू गर्ने र भेनेचित्रमा प्रस्तुत गर्ने सिपको विकास हुने छ । कक्षाकार्य, समूहकार्य र परियोजना कार्यबाट समस्या समाधान गर्ने सिपको विकास हुने छ । यस पाठमा विद्यार्थीले खोजविधि, छलफल विधि, समस्या समाधान विधि, परियोजना कार्य विधिको प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्ने सिपको विकास गर्ने छन् । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) समूहका क्रियाहरू गर्न र भेने चित्रमा प्रस्तुत गर्न

(ख) समूहको गणात्मकता पत्ता लगाउन

उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठसङ्ख्या
1.	उपसमूहको धारणा निर्माण तथा सूचीकरण कार्य	1	
2.	समूहको संयोजनसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
3.	समूहको प्रतिच्छेदनसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
4.	समूहको फरकसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
5.	समूहको पूरकसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
6.	परियोजना कार्य	2	
7.	समूहको गणात्मकसम्बन्धी अवधारणा	1	
8.	समूहको गणात्मकसम्बन्धी समस्या समाधान	2	
9.	परियोजना कार्य	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- उपसमूहको धारणा निर्माण गर्न
- समूहबाट उपसमूहहरू निर्माण गरी सोको सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

समूह र उपसमूहको लेखिएको चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज 1 को पुनरवलोकनका लागि समूहमा छलफल गराउनुहोस् । र कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । APPLE Technique को प्रयोग गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूको पनि उत्तर खोज्नुहोस् ।

- (अ) एन्जलको खेतमा लगाएका बालीहरू के के हुन ?
- (आ) त्यहाँ दिइएको बालीका नामहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् र यसलाई के भनिन्छ ?
- (इ) एन्जलको खेतबारी र पेम्वाको खेतबारीमा लगाइएका बालीका समूहमा मिल्ने सदस्य छन वा छैनन ? त्यस्तो समूहलाई के समूह भनिन्छ होला ?
- (ई) विमलाको खेतबारीमा लगाइएका र राम विलासको खेतबारीमा लगाइएका बालीहरूमा मिल्ने सदस्य छन् वा छैनन् ? त्यस्ता सदस्यबाट बनेको समूहलाई के भनिन्छ होला ?
- (उ) समूहको उपसमूह भनेको के हो ?
- (ऊ) कुनै समूहमा भएका सदस्य सङ्ख्याको आधारमा उपसमूहको सङ्ख्या कसरी पत्ता लगाउनेहोला ?
- (ऋ) यदि समूह $A = \{2,3\}$ भए समूह A बाट कतिओटा उपसमूह निर्माण गर्न सकिन्छ ?
- (ए) माथि दिइएको रामविलासको खेतबारी भएका समूहबाट उपसमूह बनाउनुहोस् र उक्त उपसमूहमध्ये बाट निम्न समूहहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

- (अ) अन्नबालीको समूह
(आ) फलफूलको समूह
(इ) तरकारीको समूह

मूल्याङ्कन

(क) यदि समूह $C = \{a,n,t\}$ भए समूह C का उपसमूह के के होलान ? लेख्न लगाउनुहोस् । उपसमूहहरू बनाउन सके नसकेको यकिन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) तल देखाइएको जस्तो समूहको नमुना चार्टपेपरमा तयारी गरेर कक्षामा प्रस्तुत गरी अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह A = {नेपालको राष्ट्रिय भन्डामा प्रयोग भएका रङहरूको समूह}

समूह B = {रातो, पहेँलो, निलो, गुलाबी}

चाटपेपरका आधारमा समूह A र B सँग सम्बन्धित रहेर निम्न प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् । र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

- (अ) समूह A मा कति सदस्यहरू छन् र के के हुन् ?
- (आ) समूह A र समूह B मा साभा सदस्य छन् वा छैनन् ? समूह A र समूह B मा साभा सदस्य छन् भने त्यस्तो समूहलाई कस्तो समूह भनिन्छ ?
- (इ) समूह A र समूह B दुबै समूहका सदस्यलाई सँगै मिलाएर समूह बनाउदा कस्तो समूह बन्छ ?
- (ई) समूह A र B का साभा सदस्यलाई मिलाएर समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
- (उ) समूह A मा मात्रै र समूह B मा मात्रै पर्ने सदस्यहरूको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ऊ) समूह A मा पर्ने सदस्यबाहेकका सदस्यको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ऋ) माथि निर्माण गरिएका समूहहरूलाई कस्ता समूह भनिन्छ होला ? छलफल गनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (क) यदि समूह $M = \{\text{दश भन्दा साना रूढ सङ्ख्या}\}$ र समूह $N = \{\text{6 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्या}\}$ भए समूह M र N लाई सूचीकरण विधिबाट लेखि साभा सदस्यको समूह बनाउन लगाउनुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समूहको संयोजन (Union Of Sets) सम्बन्धमा धारणा निर्माण गरी भेन चित्रको प्रयोगसहित सोसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न ।

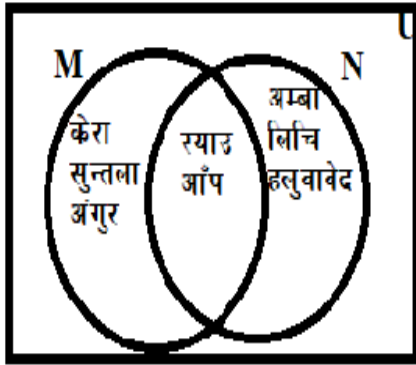
शैक्षणिक सामग्री

समूहको संयोजनसँग सम्बन्धित भेनचित्र खिचिएको चार्टपेपर र प्रश्नका नमुना कार्ड

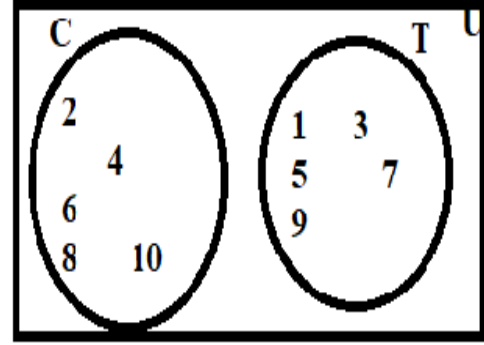
क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा बस्न लगाई समूहको उपसमूह निर्माण गर्ने तरिका र समूहलाई सूचीकरण गर्ने तरिका बारेमा छलफल गर्दै अगिल्लो दिनको कक्षाको पुनरवलोकन गराउदै कक्षा सुरु गर्नुहोस् ।

(ख) चार्टपेपरमा तयार गरीएको (निम्न प्रकृतिको) भेन चित्रहरू प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



(i)



(ii)

माथि चार्टपेपरमा देखाइएको भेन चित्रहरूका बारेमा निम्नलिखित प्रश्नहरू गर्दै छलफल गराउनुहोस् :

(अ) चित्रमा देखाइएको भेन चित्रमा समूह M मा भएका सदस्यहरू र समूह N मा भएका सदस्यहरू सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) भेनचित्रमा देखाइएअनुसार समूह M र समूह N का साझा सदस्यहरू के के होलान? भन्न र लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) समूह M र समूह N का सबै सदस्यहरूलाई कसरी लेखिन्छ ? संगैको साथीसँग छलफल गर्न र लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ई) समूह M र समूह N का सबै सदस्यहरू भएको समूहलाई के भनिन्छ ? र उक्त समूहलाई सङ्केतमा कसरी लेखिन्छ होला ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(उ) माथि देखाइएका चित्रहरू (I) र (II) मा के फरक छ ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ऊ) चित्र (II) मा देखाइएको समूहमा चित्र (I) मा भएका साझा सदस्य छन् वा छैनन् ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ऋ) साझा सदस्य नभएमा समूहको संयोजन कसरी गर्ने होला, छलफल गराउनुहोस् ।

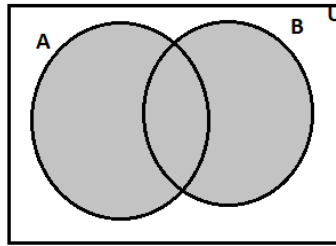
(ए) समूह C र समूह T को संयोजन लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ऐ) अन्तमा एउटा समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाई अर्को समूहलाई मूल्याङ्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) चार्टपेपरमा तल देखाए जस्तै समूह बनाएर प्रदर्शन गरी विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गराउनुहोस् । र निष्कर्ष प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) समूह A र समूह B सबैव्यापक समूह U का उपसमूह हुन भने A र B संयोजन लाई $(A \cup B)$ ले जनाइन्छ । $(A \cup B)$ मा समूह A मा पर्ने वा समूह B मा पर्ने सदस्यहरू पछिन । समूह निर्माण विधिअनुसार, $A \cup B = \{x: x \in A \text{ वा } x \in B\}$ लेखिन्छ । दिइएको भेन चित्रमा छाया पारिएको भागले समूह $(A \cup B)$ लाई जनाइन्छ ।



मूल्याङ्कन

(क) विद्यार्थीलाई समूहको संयोजनसम्बन्धी प्रश्नको समाधान गर्न लगाएर धारण प्रस्ट भए नभएको यकिन गर्नुहोस्, जस्तै :

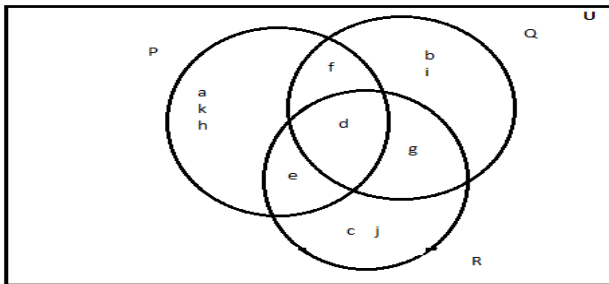
समूह A = {धान, गहुँ, कोदो, तोरी, काउली, केराउ, रायो } र

समूह B = {गहुँ तोरी, धान, मकै केरा, उखु, बन्दा } भए

भेनचित्र प्रयोग गरी $(A \cup B)$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) तल देखाइएका जस्ता समूहहरू चार्टपेपरमा तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् र विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गरी निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् । र पालैपालो प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



(अ) चार्टपेपर देखाइएको भेनचित्रमा कतिओटा समूहहरू छन् ?

(आ) समूह P, Q र R मा भएका सदस्यहरूलाई छुट्टैछुट्टै सूचीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(इ) समूह P, Q र R का सबै सदस्यहरूलाई नदोहोरिने गरी लेख्दा बन्ने सूचीको समूह कस्तो बन्छ ?

(ई) P, Q र R को संयोजन $(P \cup Q \cup R)$ निकाल्दा साभा सदस्यलाई कसरी मिलाइन्छ ? छलफल गनुहोस् ।

(उ) माथि चार्टपेपरमा देखाइएअनुसार समूह U लाई समूह (PUQUR) लेख्न सकिन्छ वा सकिँदैन, छलफल गनुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गरी पाठ्यपुस्तकको पेज न. 3 को उदाहरण 2 सँग सम्बन्धित तलका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् । र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) दिइएका समूह A र समूह B कस्ता समूहहरू हुन ?

(आ) दिइएका समूह A र समूह B विच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(इ) भेन चित्रमा देखाएअनुसार समूह A र समूह B मध्ये कुन कसको उपसमूह हो ?

(ई) समूह A र समूह B को संयोजन $(A \cup B)$ कसरी लेखिन्छ ?

(ख) तल दिइएको जानकारीलाई चार्टपेपरमा लेखेर विद्यार्थीलाई छलफल गराएर बुझाउनुहोस् ।

थप जानकारी

दुई समूहमध्ये एउटा समूह अर्को समूहको उपसमूह छ भने तिनीहरूको संयोजन ठुलो समूह नै हुन्छ । यदि दुईओटा समूहहरू आपसमा अलगिका छन् भने तिनीहरूको संयोजन ती समूहहरूका सबै सदस्यहरू मिलेर बनेको समूह हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 14 को अभ्यास 1 को प्र.न. 1 (अ), 2 (ख) र 3 (ड) र (च) समाधान गर्न लगाई मूल्याङ्कन गनुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समूहहरूको प्रतिच्छेदन बारेमा धारणा निर्माण गर्न
- तीनओटासम्मका समूहहरूको प्रतिच्छेदन पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

समूहको प्रतिच्छेदनसँग सम्बन्धित भेनचित्र बनाइएका चार्टपेपर/स्लाइड, समस्याहरू लेखिएका मेटा कार्ड

क्रियाकलाप १

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीमध्येबाट 1/1 जना छात्र छात्रालाई समूहको संयोजन पत्ता लगाउने चरणहरू सोधी पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

तल दिइएको कथनलाई शैक्षणिक पाटीमा वा चार्टपेपरमा लेखी समूहमा छलफल गराउनुहोस् । र तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

कक्षा ९ मा अध्ययन गर्ने विद्यार्थीमध्ये Facebook चलाउन र tiktok चलाउन मन पराउने केही विद्यार्थीको समूह Facebook चलाउन मन पराउने विद्यार्थीको समूह (F) = {हरि, पेम्बा, राधा, रामभजन, गोपाल, सुन्तली} र tiktok चलाउन मन पराउने विद्यार्थीको समूह (T) = {डोल्मा, सिता, गोपाल, सुन्तली, तेन्जिङ, पूर्णमा }

- (अ) यस कथनमा कतिओटा समूहहरू छन् ?
- (आ) Facebook र tiktok दुवै चलाउन मन पर्ने विद्यार्थी छन् त ? छन् भने कति जना छन् ?
- (इ) दिइएका समूहलाई भेनचित्रमा कसरी देखाउने होला ?
- (ई) यी दिइएका दुई समूहहरू कस्ता समूह हुन् ?
- (उ) दुवै समूहका साभा सदस्यलाई के भनिन्छ ?
- (ऊ) यदि दिइएका समूहहरू अलगिएका समूह भएको भए त्यस्ता समूहका साभा सदस्य होलान त ?

क्रियाकलाप २

(क) उपस्थित विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहमा मेटाकार्ड तथा कागजका टुकामा दुईओटा समूहहरू $A = \{x: x \in N \text{ र } x < 12\}$ र $B = \{y: y \in N \text{ र } y \text{ सङ्ख्या } 18 \text{ को गुणनखण्ड}\}$ लेखेर दिनुहोस् । तलका दिइएका नमुना प्रश्नहरूमा छलफल गराएर समूहहरूको प्रतिच्छेदनको अवधारणा विकासका लागि सहजीकरण गर्नुहोस् ।

- (अ) समूहहरू A र B का सदस्यहरूलाई सूचीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (आ) समूहहरू A र B कस्ता समूहहरू हुन्, छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
- (इ) समूहहरू A र B का साभा सदस्यहरू लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (ई) साभा सदस्यहरूबाट बनेको समूहलाई के भनिन्छ, लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (उ) साभा सदस्यहरूबाट बनेको समूहलाई के भनिन्छ ?

(ऊ) समूहहरूको प्रतिच्छेदन भनेको के होला ?

(अ) समूहहरूको प्रतिच्छेदनलाई सङ्केतमा कसरी लेखिन्छ ?

(ए) समूहहरूलाई एउटै भेनचित्रमा लेख्न लगाउनुहोस् र समूहहरूको प्रतिच्छेदन समूहलाई छाया पार्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई उचित सङ्ख्याको समूह बनाएर प्रत्येक समूहमा तल देखाइए जस्तो मेटा कार्डमा तीनओटा समूह लेखेर कक्षामा दिनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

समूह $A = \{a,c,d,e,f,i\}$

समूह $B = \{e,f,g,h,i,j\}$

समूह $C = \{a,e,i,o,u\}$ छन् भने,

(अ) समूहहरू A , B र C मा भएका सदस्यहरू के के छन् ? प्रत्येक समूहबाट प्रतिनिधिका रूपमा एक एक जनालाई भन्न लगाउनुहोस् ।

(आ) समूहहरू A , B र C मा साभा सदस्यहरू छन कि छैन भनेर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यदि साभा सदस्य छन् भने ती सदस्यबाट एउटा समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(इ) समूहहरू A र B मा, समूहहरू B र C मा, समूहहरू C र A मा पनि साभा सदस्य छन् कि छैन भनेर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(उ) कुनै २ समूहका साभा सदस्य र तीनओटै समूहका साभा सदस्यमा के सम्बन्ध छ भनेर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ऊ) दिइएका तीनओटा समूहहरूलाई भेनचित्रमा कसरी देखाउने होला ? भनेर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ए) केही समयको छलफलपछि दिइएका समूहहरूलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ऐ) भेन चित्रमा तीनओटा समूहहरूको प्रतिच्छेदनमा छाया पार्न लगाउनुहोस् ।

(ओ) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 7 को उदाहरण 7 यसरी नै छलफल गराउनुहोस् ।

(औ) तल बक्समा दिइएको कथन अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् । स्पष्ट बनाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(क) कुनै दुई समूहमध्ये एउटा समूह अर्को समूहको उपसमूह छ भने तिनीहरूको प्रतिच्छेदन समूह पनि उपसमूह नै हुन्छ ।

(ख) यदि दुई वा तीनओटा समूहहरू आपसमा अलगिका छन् भने तिनीहरूको प्रतिच्छेदन खाली समूह हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1 को प्र.न. 1(क), 2(क), 3(छ), 6(क) समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । साथै पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1 का केही प्रश्नहरू गृह कार्यका लागि दिनुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समूहको फरक बारेमा धारणा निर्माण गर्ने
- समूहको फरकसँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न

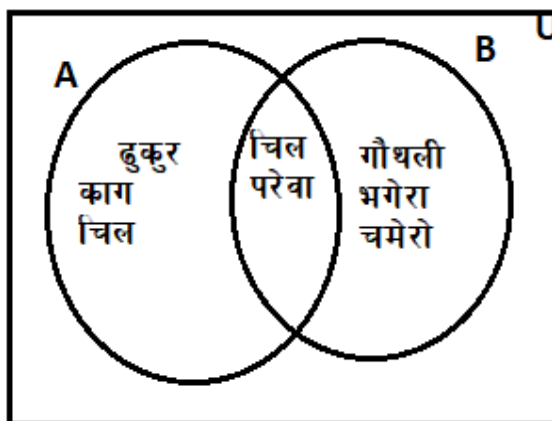
शैक्षणिक सामग्री

भेन चित्रको नमुना बनाइएका chart paper, meta card, समूहका नमुनाका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई समूहको प्रतिच्छेदनमा कस्ता सदस्य पर्दछन् ? भन्ने प्रश्न सोधी अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् र कक्षाको सुरुआत गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई देहायअनुसारको भेन चित्र बनाएको चार्टपेपर देखाएर निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।



(अ) चार्ट पेपरमा देखाइएका भेन चित्रमा कुन कुन समूह छन ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) समूह A र समूह B मा भएका सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) समूह A र समूह B का साझा सदस्य के के हुन ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ई) समूह A मा मात्रै पर्ने सदस्यहरू के के हुन ? सूचीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(उ) समूह B मा मात्रै पर्ने सदस्यहरू के के हुन? सूचीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ऊ) यहाँ समूह B मा मात्रै पर्ने तर समूह A मा नपर्ने सदस्यहरूलाई लिएर बनाएको

समूहलाई के भनिन्छ होला ? छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) चार्ट पेपरमा लेखिएको तलको निष्कर्षलाई देखाउँदै समूहहरूको फरकको धारणा बनाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

समूह A र समूह B सबैव्यापक समूह U का उपसमूहहरू । समूह A मा पर्ने तर समूह B मा नपर्ने समूह A का बाँकी सदस्यहरूको समूहलाई A र B को फरक (A Difference B) भनिन्छ । यसलाई $A - B$ लेखिन्छ र पढ्दा A र B को फरक वा A फरक B (A Difference B) भनेर पढिन्छ । यसरी नै समूह B मा मात्र पर्ने सदस्यहरूको समूहलाई B र A को फरक वा B फरक A (B Difference A) भनिन्छ ।

यसलाई B —A लेखिन्छ पढदा B र A को फरक अथवा B Difference A भनेर पढिन्छ ।

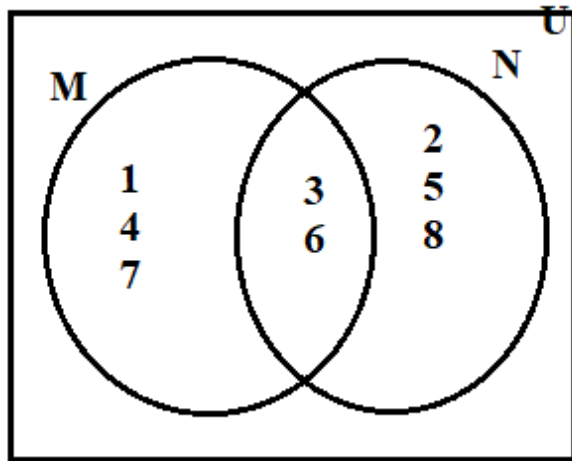
समूह निर्माण विधिअनुसार

$$A-B = \{x: x \in A \text{ र } x \notin B\}$$

$$B-A = \{x: x \in B \text{ र } x \notin A\} \text{ लेखिन्छ ।}$$

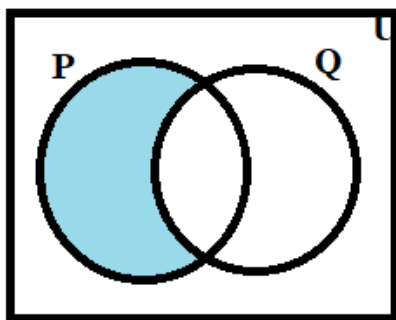
मूल्याङ्कन

तल दिइएका भेनचित्रबाट M—N का सदस्यहरूलाई सूचीकरण गर्नुहोस् ।

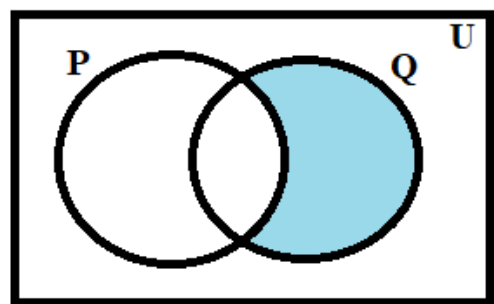


क्रियाकलाप २

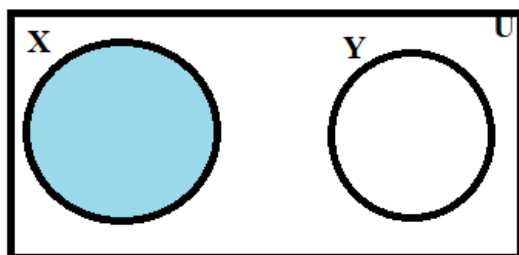
(क) चार्ट पेपरमा तयार पारीएका निम्न अनुसारका भेनचित्रको नमुना कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा विद्यार्थीलाई समूह बनाएर छलफल गराउनुहोस् । र प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



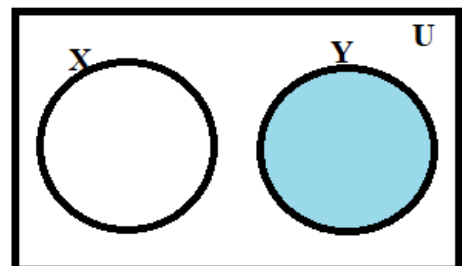
(i)



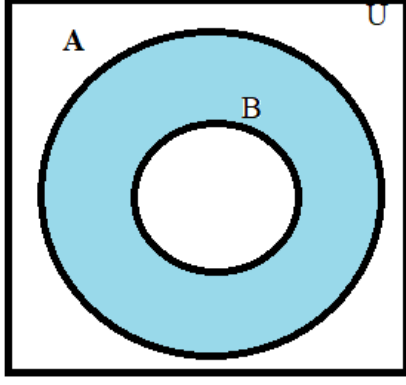
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

(अ) माथि चित्र (I) र (II) मा देखाइएका भेनचित्रहरूमा समूह P र समूह Q कस्ता समूहहरू हुन् ?

(आ) चित्र (I) र (II) मा कुन कुन भागलाई छाया पारिएको छ ?

(इ) चित्र (I) मा समूह P मा मात्रै छाया पारिएको छ भने त्यसलाई के भनिन्छ ? कसरी पढिन्छ र लेखिन्छ ?

(ई) चित्र (III) र (IV) मा देखाइएको भेन चित्रहरूमा समूह X र Y कस्ता समूह हुन ?

(उ) चित्र (III) र (IV) मा छाया पारेको भाग लाई के भनिन्छ ? कसरी लेखिन्छ र पढिन्छ ?

(उ) चित्र (V) मा समूहहरू A र B बिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(ऋ) चित्र (V) मा छाया पारेको भागलाई कसरी जनाइन्छ ?

(ख) चार्ट पेपरमा तल लेखिएको कुरा विद्यार्थीलाई देखाउदै समूहहरूको धारणा स्पष्ट बनाउन सहजीकरण गर्नुहोस् :

- यदि समूह A र समूह B बराबर समूह हुन भने $A - B = B - A = \phi$
- यदि समूह A बाट खाली समूहको फरक निकाल्ने हो भने $A - \phi = A$
- यदि खालि समूहबाट समूह A को फरक निकाल्ने हो भने $\phi - A = \phi$
- यदि समूह A समूह B को उपसमूह हो भने $A - B = \phi$

मूल्याङ्कन : पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1 को प्र.न 2(घ) र प्र.न 7 समाधान गर्न सके नसकेको एकिन गर्नुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समूहको पूरकसम्बन्धी धारणा निर्माण गर्न
- समूहको पूरकसँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

समूहको पूरकसम्बन्धी बनाइएका भेनचित्रको नमुना कार्ड, नमुना प्रश्नको चार्ट पेपर

क्रियाकलाप १

समूहको फरक बारे पुनरवलोकनका लागि निम्न प्रश्न चार्टपेपरमा देखाएर विद्यार्थीको समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(क) कुनै दुई समूह $A = \{1,2,3\}$ र $B = \{2,3,5,7\}$ विच $A-B$ पत्ता लगाउदा कुन समूहबाट बाँकी सदस्यहरू लेखिन्छ ?

- I) समूह A II) समूह B III) $A \cup B$ IV) दुबै समूह

(ख) समूहहरू $A = \{a,e,i,o,u\}$ र $B = \{2,3,5,7,11,13\}$ छन् भने

- (अ) समूह A को सबैव्यापक समूह के होला?
(आ) समूह B को सबैव्यापक समूह कुन हो ?
(इ) दिइएको समूह A को सबैव्यापक समूह र समूह A को फरक कसरी पत्ता लगाउने होला ?
(ई) सबैव्यापक समूह र दिइएको समूहको फरकलाई के भनिन्छ होला ?

(ग) चार्ट पेपरमा तयार गरेको निम्नअनुसारको भेन चित्र कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्दै विद्यार्थीलाई तलका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) चार्ट पेपरको भेन चित्रमा समूह T र समूह S को सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) दिइएको भेन चित्रको सबैव्यापक समूह के होला ?
लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) भेनचित्रको साहायताले समूह T वाहेक सदस्यहरू के के हुन ? सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

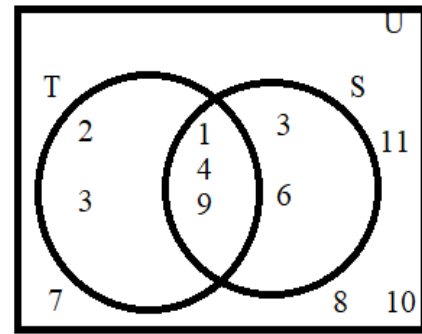
(ई) सबैव्यापक समूह र समूह T विचको फरक कति होला ?
लेख्न लगाउनुहोस् ।

(उ) भेनचित्र हेरी समूह S को वाहेक सदस्यहरू सूचीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

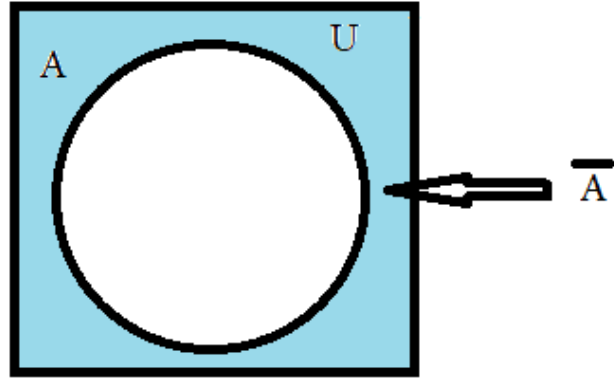
(ऊ) सबैव्यापक समूह र समूह S को फरक समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ऋ) अब समूहको पूरक भनेको के होला ? छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) चार्ट पेपरमा तल लेखिएको कुरा विद्यार्थीलाई देखाउदै पूरक समूहका बारेमा स्पष्ट बनाउन आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।



कुनै सबैव्यापक समूह U र यसको उपसमूह A को फरकलाई उपसमूह A को पूरक भनिन्छ । यसलाई सङ्केतमा $A^c = U - A$ लेखिन्छ । भेनचित्रमा छाया पारीएको भागलाई A^c अथवा A' ले जनाइन्छ । समूह निर्माण विधिअनुसार $A' = \{x: x \in U \text{ तर } x \notin A\}$ लेखिन्छ ।



नोट: A र A' को संयोजन U हुन्छ । अतः A र A' लाई एकअर्काका पूरक भनिन्छ ।
 $A \cup A' = U$ र $A \cap A' = \emptyset$ हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

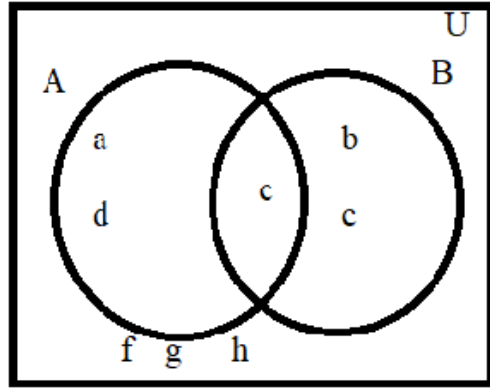
(क) तल दिइएको भेनचित्रबाट समूह A^c निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) समूहको पूरक र समूहको फरकविच के समानता वा भिन्नता छ ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र निम्नबमोजिमको परियोजना कार्य गर्न लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य



(क) तपाईंको विद्यालयमा कक्षा ६, ७ र ८ मा अध्ययन गर्ने विद्यार्थीलाई (सकभर नदोहोरिने गरी) प्रत्येक समूहले १० देखि १५ विद्यार्थी पर्ने गरी निम्न प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) मोबाइल चलाउन मन पराउने र ल्यापटप चलाउन मन पराउने विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

(ग) तयार गरीएको दुई समूहलाई प्रयोग गरी समूहको संयोजन, प्रतिच्छेदन, फरक र पूरकको सम्बन्ध देखाउनुहोस् ।

(घ) सबै समूहको सम्बन्धलाई चार्टपेपर प्रयोग गरी भेनचित्रमा देखाउनुहोस् र अगिल्ला कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

छैटौं/सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यमार्फत समूहको संयोजन, प्रतिच्छेदन, फरक र पूरक को सम्बन्ध देखाउन
- परियोजना कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, मार्कर, साइनपेन, ज्यामितीय उपकरण

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीले परियोजना कार्य गरे नगरेको यकिन गर्नुहोस् । पूरा नगरेको अवस्थामा आवश्यक सहजीकरण गरी दिनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहले परियोजना कार्य प्रस्तुत गरेपश्चात् देहायका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दुवै समूहलाई सूचीकरण विधिबाट देखाउदा के के होला ?

(आ) के कुनै खाली समूह छन् ?

(इ) मोबाइल चलाउने र ल्यापटप चलाउने जम्मा विद्यार्थी कति रहेछन् ?

(ई) दुवै उपकरण चलाउन मन पर्ने विद्यार्थी कति कति रहेछन् ? सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् ।

(उ) ल्यापटप मात्रै र मोबाइल मात्रै चलाउन मन पर्ने विद्यार्थीलाई समूहमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ऊ) मोबाइल चलाउने भन्दाबाहेक अन्य विद्यार्थी सङ्ख्या कति रहेछ ? समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

(ऋ) शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरी पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1 को प्रश्न न. 4, प्र.न. 5 र प्र.न. 9 समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

आठौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

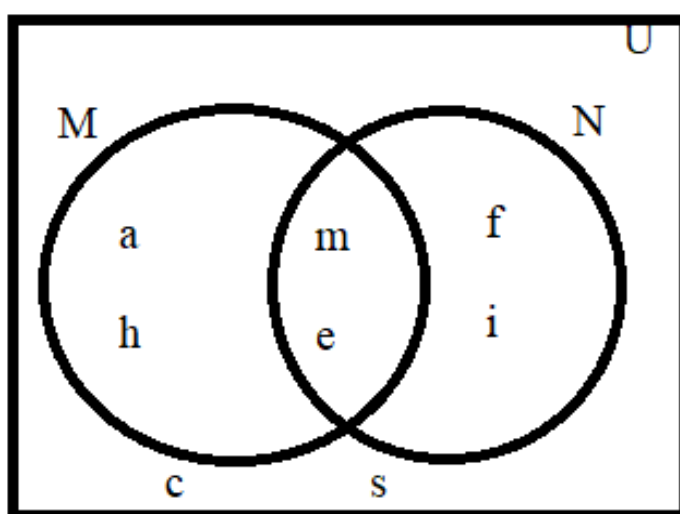
- समूहको गणनात्मकतासम्बन्धी धारणा बनाउन
- समूहको गणनात्मकता पत्ता लगाउन । (2 ओटा समूह)

शैक्षणिक सामग्री

समूहको गणनात्मकतासम्बन्धी उदाहरण लेखिएका नमुना कार्ड, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) तल देखाएको जस्तो भेनचित्रको नमुना चार्ट पेपरमा निर्माण गरेर विद्यार्थीलाई देखाउदै निम्न प्रश्नहरूमा



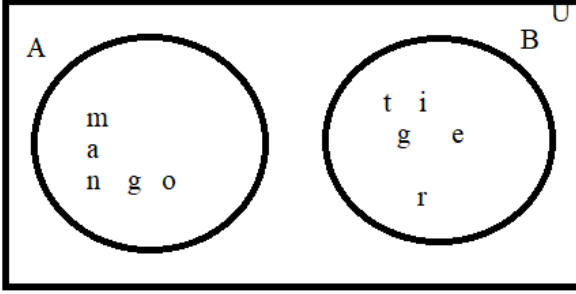
छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) दिइएको भेन चित्र अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (आ) दिइएको भेनचित्रअनुसार समूह M र N लाई छुट्टाछुट्टै सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (इ) समूह M मा के के सदस्यहरू रहेछन ? लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (ई) समूह M मा कतिओटा सदस्य रहेछन ? लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (उ) त्यसै गरी समूह N र सबैव्यापक समूह U का सदस्य र सदस्य सङ्ख्या पनि लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (उ) माथि लेखिएका समूह U, M र N का सदस्य र सदस्यको सङ्ख्याविच के सम्बन्ध होला ? छलफल गराउनुहोस् ।
- (ऋ) माथिको छलफल बाट समूहको सदस्य सङ्ख्या लाई के भनिन्छ ? त्यसलाई कसरी लेखिन्छ । कसरी जनाइन्छ होला ?

- (ए) यदि कुनै समूहमा सदस्यनै छैनन् अथवा खाली समूह हो भने त्यो समूहको गणनात्मकता कति होला ?
- (ऐ) माथिको भेनचित्रलाई आधार मानेर $n(M)$, $n(N)$, $n(M \cap N)$, $n(M \cup N)$ र $n(U)$ कति कति होला । लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (ओ) $n(M \cap N)$ र $n(U)$ मा के सम्बन्ध छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएको भेन चित्रबाट निम्न कुरा पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् र सके नसकेको यकिन गर्नुहोस् ।



$n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$ र $n(A \cup B)$

क्रियाकलाप २

(क) तल दिइएको नमुना कार्य चार्टपेपरमा लेखेर कक्षामा प्रदर्शन गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

यदि समूह $A = \{x: x \leq 5, x \in N\}$ र $B = \{y: y \leq 10 \text{ जहा } y \text{ ले रूढ सङ्ख्या जनाउँछ}\}$ भने

(अ) दिइएको समूह A र समूह B का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) के समूह A र समूह B मा साझा सदस्य छन् त ? भए के के होलान्, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) $(A \cap B)$ र $(A \cup B)$ लाई पनि सूचीकरण विधिबाट लेख्दा के के होला, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ई) समूह A र समूह B मा कति कतिओटा सदस्यहरू छन्, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(उ) $(A \cap B)$ र $(A \cup B)$ को गणनात्मकता कति कति होला, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ऊ) दिइएको समूहलाई भेनचित्र बनाएर साथीहरूसित छलफल गराउनुहोस् ।

(ऋ) $n(A \cup B)$ लाई कसरी पत्ता लगाउन सकिएला, छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पेज 21 को अभ्यास 1.2 अन्तर्गत प्रश्न न 2 समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समूहको गणनात्मकता पत्ता लगाउन (3 ओटा समूहसम्म)

शैक्षणिक सामग्री

भेनचित्र निर्माण गरेको चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीको उपस्थितिका आधारमा उपयुक्त समूह निर्माण गरी समूहमा समूहको उदाहरण दिँदै गणनात्मकतासम्बन्धी प्रश्न सोधी पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(जस्तै $A = \{ \text{अङ्ग्रेजी स्वर्ण वर्णहरूको समूह} \}$ भए $n(A)$ कति होला ?)

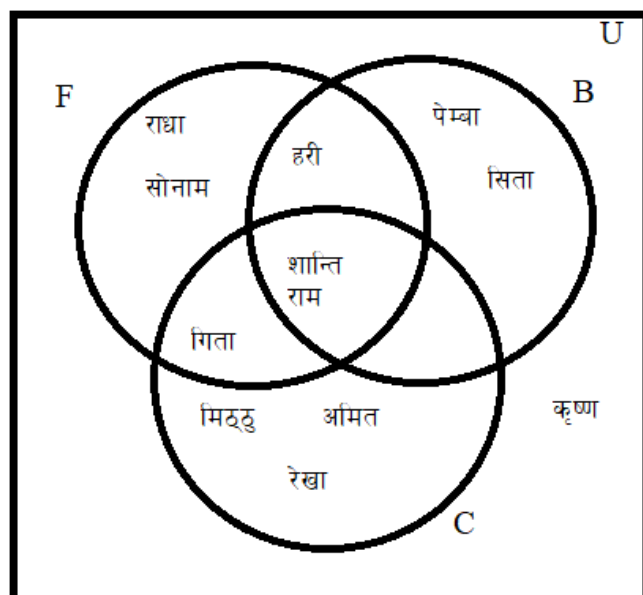
(ख) चित्रमा देखाइएको जस्तै भेन चित्रलाई चार्टपेपरमा निर्माण गरेर कक्षामा प्रस्तुत गर्दै निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दिइएको भेनचित्रका आधारमा समूह F, समूह B र समूह C का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् र तिनीहरूको गणनात्मकता पनि लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) समूह F को मात्रै र समूह C को मात्रै सदस्य सङ्ख्या कति कति होला ? सङ्केतमा कसरी लेख्ने? छलफल गराउनुहोस् ।

(इ) समूह F, समूह B र समूह C का साझा सदस्य के के हुन ? सदस्य सङ्ख्या कति कति छ ? सङ्केतमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ई) $n(F \cap B)$, $n_0(B \cap C)$ कति होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

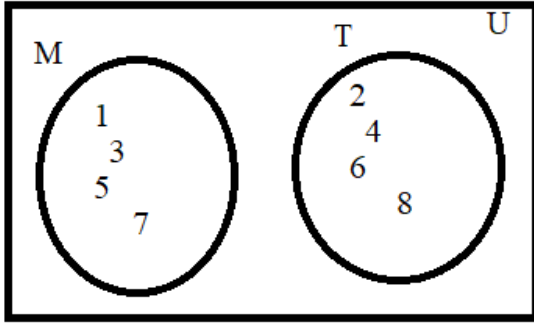


मूल्याङ्कन

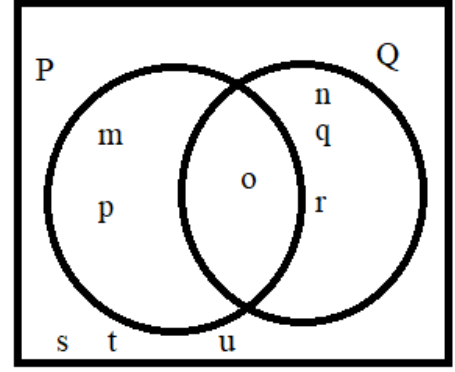
पाठपुस्तकको पेज न. 21 को अभ्यास 1.2 को प्रश्न 1 (ब) समाधान गर्न लगाइ विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) तल दिइएको भेन चित्रलाई चार्टपेपरमा निर्माण गरेर कक्षामा प्रस्तुत गर्दै निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :



(i)



(ii)

(अ) माथि दिइएको चित्र (I) अनुसार समूह M र समूह T का सदस्यहरू र सदस्य सङ्ख्या कति कति होलान् ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) समूह M र समूह T का जम्मा सदस्य कति होला ? यसलाई सङ्केतमा कसरी लेखिन्छ होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

(इ) चित्रमा (II) अनुसार समूह P, समूह Q र $(P \cap Q)$ का सदस्य सङ्ख्या कति कति होलान्, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ई) समूह $(P \cup Q)$ का सदस्य सङ्ख्या कति छन्, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(उ) $n(P)$, $n(Q)$ र $n(P \cap Q)$ लाई प्रयोग गरेर $n(P \cup Q)$ पत्ता लगाउन सकिन्छ कि सकिँदैन ? यदि सकिन्छ भने कसरी सकिन्छ भनी छलफल गराउनुहोस् ।

(ऊ) चित्र (II) अनुसार P का सदस्यहरू के के हुन् ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ऋ) $n(P')$ र $n(P \cap Q)'$ कति होला ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

अभ्यास 1.2 को प्र.न 3 र प्र.न 5 समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

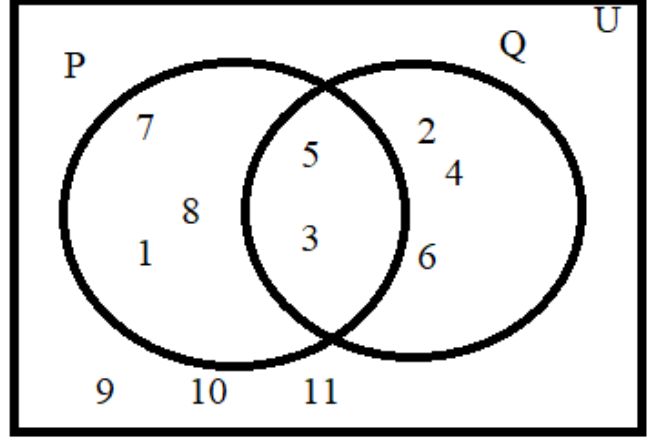
- गणनात्मकता पत्ता लगाउन ।

शैक्षणिक सामग्री

गणनात्मकतासम्बन्धी सूत्र लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा तयार गरिएको भेन चित्र हेरि तल दिइएको सूत्रहरूलाई **APPLE Technique** को प्रयोग गरी पालैपालो विद्यार्थीसँग परीक्षण गर्नुहोस् ।



(क) यदि A र B दुईओटा अलगएका समूह भए

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \text{ हुन्छ ।}$$

(ख) यदि A र B दुईओटा खप्टिएका समूह भए

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ हुन्छ ।}$$

अथवा

$$n(A \cup B) = n_o(A) + n_o(B) + n(A \cap B) \text{ हुन्छ ।}$$

(ग) सबैव्यापक समूह U भित्र A र B का मात्र सदस्य भए $n(U) = n(A \cup B)$ हुन्छ ।

(घ) U भित्र A र B का सदस्यहरूबाहेक अन्य सदस्यहरू पनि भए

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{त्यस्तै } n(U) = n(A \cup B) + n(A \cup B)' \text{ हुन्छ}$$

(ङ) खप्टिएका समूहमा $n_o(A) = n(A) - n(A \cap B)$ र

$$n_o(B) = n(B) - n(A \cap B) \text{ हुन्छ ।}$$

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.2 को प्र.न 6 र 7 समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तल दिइएअनुसारको परियोजना कार्य दिनुहोस् :

(क) कक्षामा 9 मा अध्ययन गर्ने प्रत्येक विद्यार्थीसँग फुटबल, क्रिकेट र बास्केटबल खेलमध्ये कुन खेल मन पर्छ भनी सोध्नुहोस् ।

(ख) फुटबल मन पर्ने लाई F, क्रिकेट मन पर्नेलाई C र बास्केटबल मन पर्ने लाई B ले जनाउनुहोस् । (ग) प्राप्त प्रतिक्रिया अनुसार फुटबल मन पर्ने, क्रिकेट मन पर्ने, कुनै दुईओटा खेल मन पर्ने, तीनओटा खेल मन पराउने समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् ।

(घ) उक्त जानकारीका आधारमा तलका समूहको गणनात्मकता पत्ता लगाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

(क) $n(F)$

(ख) $n(C)$

(ग) $n(B)$

(घ) $n(F \cap B)$

(ङ) $n(B \cap C)$

(च) $n(F \cap C \cap B)$

(छ) $n(F \cup C \cup B)$

(ज) $n(F \cup B)'$

(झ) $n(B \cup C)'$

(ञ) $n(C)'$

(ट) $n_o(F)$

(ठ) $n_o(F \cap C)$

एघारौं/बाह्रौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य तयारी गरी प्रस्तुत गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, साइनपेन, रङ्गीन कलमहरू आदि

क्रियाकलाप १

- (क) दिइएको परियोजना कार्यका आधारमा तयार गरिएको परियोजना कार्य पूरा गरे नगरेको यकिन गर्नुहोस् ।
(ख) उक्त परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
(ग) परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्ने क्रममा बिच बिचमा तयार गरिएका कार्यसँग सम्बन्धी प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस्, जस्तै:

(अ) तपाईंले कति जनालाई प्रश्न सोध्नुभयो ?

(आ) तीनओटै खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या छ वा छैन ? कति छ ?

(इ) कुनै एक मात्र खेल मन पर्ने विद्यार्थी सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ई) $n(BUC)'$ को मान कति आउला ? कुनै पनी खेल मन नपर्ने विद्यार्थी छन त ?

(उ) तयार गरिएको भेनचित्रअनुसार बास्केटबल मात्रै मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ऊ) उक्त भेनचित्रका आधारमा $n(F \cup C) = n_o(F) + n(C)$ हुन्छ भनी परीक्षण गर्नुहोस् ।

पाठ : २

कर (Tax)

परिचय

यस पाठमा आयकर र मूल्य अभिवृद्धि करसम्बन्धी विषयवस्तु समावेश गरिएको छ। व्यक्ति, कम्पनी (संस्था) वा व्यवसायीले आम्दानीका आधारमा कानूनबमोजिम राज्यलाई आयकर तिर्नुपर्ने हुन्छ। वस्तु वा सेवाको उत्पादनदेखि वितरणसम्मका विभिन्न तह/चरणमा वृद्धि भएको मूल्यमा लाग्ने कर नै मूल्य अभिवृद्धि कर हो। कर राज्यलाई तिर्नुपर्ने अनिवार्य सर्त हो। आयकर तथा मूल्य अभिवृद्धिकरको अवधारणा निर्माण र यिनीहरूको गणना गर्नसम्बन्धी विषयवस्तु रहेका छन्। यस अगाडि मूल्य अभिवृद्धिकरमा रहेको द्विविधालाई स्पष्ट पाउँ उपभोक्ताले तिरेको कर राज्यकोषमा जम्मा हुने प्रक्रियासमेत उल्लेख गरिएको छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन्।

(क) करको धारणा निर्माण गर्न

(ख) करसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ।

क्र.स.	विषयवस्तु	अ.घ.	पृष्ठसङ्ख्या
1.	आयकरसम्बन्धी धारणा निर्माण गर्ने र सीमासम्बन्धी ज्ञान	1	
2.	आयकर छुटसम्बन्धी	1	
3.	आयकरको गणना	1	
4.	परियोजना कार्य (आयकर)	1	
5.	भ्याटसम्बन्धी धारणा निर्माण गर्ने	1	
6.	भ्याटसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान	2	
7.	परियोजना कार्य	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- करका बारेमा धारणा बनाउन
- आयकरको सीमासम्बन्धी जानकारी लिने र दिन

शैक्षणिक सामग्री

रोजगारीको आय र एकलौटी फर्मका रूपमा व्यवसाय गर्नेका लागि आयकर सीमा निर्धारण गरिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी निम्नलिखित सन्दर्भमा छलफल गराउनुहोस् र निष्कर्ष कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- (अ) हरिभक्त ले रु. 20,000 पर्ने मोबाइल किन्दा पसलेले रु. 2,600 रकम थपेर बिल बनायो । उक्त रकम किन थपियो होला ?
- (आ) शिक्षा विकास तथा समन्वय इकाइका प्रमुखले बैठक भत्ताबापतको रु. 1200 मध्ये जम्मा रु. 1020 मात्रै प्राप्त गरे भने बाँकी रकम कहाँ जान्छ होला ? किन रु. 1020 मात्र प्राप्त भयो ?
- (इ) कुनै विद्यालयका शिक्षकले मासिक तलबबाट 1 प्रतिशत रकम घटाएर पाए भने उक्त 1 प्रतिशतले हुने रकम कुन शीर्षकमा कटाइयो होला ?
- (ई) एउटा मसला उद्योगले आफूले वर्षभरि कमाएको नाफाको केही प्रतिशत रकम आन्तरिक राजस्व कार्यालयमार्फत सरकारलाई बुझायो सो रकम किन सरकारलाई बुझाएको होला ? सो रकमलाई के भनिन्छ ?
- (उ) रामकृष्णले आफ्नो कारको ब्लु बुक नवीकरण गर्दा यातायात व्यवस्था कार्यालयमा रु. 5000 बुझाए सो रकम किन बुझाइएको होला ?
- (ऊ) जयलाल थारुले आफ्नो खेत जग्गा भोगचलन गरेबापत आफ्नो वडा कार्यालयमा रु. 1875 बुझाए भने सो रकमलाई के भनिन्छ ? उक्त रकम किन लिइएको होला ?

(ख) यसरी माथि भनिएअनुसार फरक फरक अवस्थामा लिइएका वा कट्टीमा एउटै दरमा छन् वा छैनन ? उक्त दर कसले कसरी निर्धारण गरिएको हुन्छ ?

मूल्याङ्कन

(क) तपाईंको परिवारको कुनै सदस्यले कुनै कारोबार गर्दा वा आमदानीको केही प्रतिशत रकम बुझाइएको वा कट्टी गरिएको छ ?

(ख) त्यसरी कट्टी गरिएको रकम राज्य कोषमा जान्छ भने त्यसलाई के भनिन्छ ?

यस्तै प्रश्नहरूको उत्तरका आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 25 को क्रियाकलाप 1 विद्यार्थीलाई समूहमा गराउनुहोस् । र तल दिइएका प्रश्नमा थप छलफलसहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) तपाईंहरूले हाम्रो देशमा प्रत्येक आर्थिक वर्षको सुरुमा प्रस्तुत गरिने बजेट वक्तव्य सुन्नुभएको छ ?

- (आ) उक्त बजेटमा छुट्याइएको वा तोकिएको रकम राज्यले कसरी जोहो गर्दछ ?
- (इ) राज्यले राष्ट्रसेवक कर्मचारीलाई दिने तलब भत्ता कसरी व्यवस्थापन गर्छ होला ?
- (ई) सरकारले राज्यको दैनिक प्रशासनिक खर्च र विकास खर्च, आकस्मिक खर्चको व्यवस्थापन कसरी गर्दछ होला ?
- (उ) यसरी सरकारलाई तिर्ने कर अनिवार्य हुन्छ कि ऐच्छिक हुन्छ ?
- (ऊ) करलाई प्रतिशतमा निर्धारण गरिएको हुन्छ ? सबै प्रकारका करमा एकै दर निर्धारण गरिएको हुन्छ त ?

मूल्याङ्कन

- (क) नेपालमा प्रचलनमा रहेका कुनै 5 प्रकारका कर बताउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 26 को क्रियाकलाप विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् । र तल दिइएका प्रश्नमा थप छलफलसहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (अ) रोजगारीको आय मात्र हुनेहरूले एकल व्यक्ति र दम्पतीका लागी आयकर सीमा एउटै छ वा फरक फरक ?
- (आ) आयकर सीमा कति भएमा 1 प्रतिशत मात्रै कर तिर्दा होला ?
- (इ) आयकर सीमा कति भएमा एकल व्यक्तिले 30 प्रतिशत कर तिर्नु पर्छ ?
- (ई) 20 लाखभन्दा माथिको आयमा कति प्रतिशत कर तिर्नुपर्छ ?
- (उ) एकल फर्मका रूपमा व्यवसाय गर्नेहरूले कति रकमसम्मको आयमा कर तिर्नु पर्दैन ?
- (ऊ) सोही प्रकारको व्यवसायमा दम्पतीका लागि आय सीमा 5 लाख 50 हजारभन्दा बढी तर 7 लाख 50 हजारसम्मको आयमा कति प्रतिशत कर लाग्ला ?
- (इ) कुनै एकल व्यक्तिले सञ्चालन गरेको फर्ममा वार्षिक कतिदेखि कति रकमसम्मको सीमामा 30 प्रतिशत कर तिर्नु पर्ला ?

मूल्याङ्कन

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 33 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न.3(क) समाधान गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- आयकरको धारणा निर्माण गर्न
- आयकरमा छुट हुने अवस्थाहरू बताउन

शैक्षणिक सामग्री

आयकरमा छुट हुने अवस्थाहरू लेखिएका चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप : १

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 27 को शीर्ष भागको बक्समा दिइएको अवस्था विद्यार्थीको समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफलसहित कक्षाकोठामा पालैपालो प्रस्तुत गराउनुहोस् :

- (क) कुनै व्यक्ति कम्पनी वा उद्योगले सरकारलाई बुझाउने रकमलाई के भनिन्छ ?
- (ख) आय, पारिश्रमिक र नाफा रकम भनेको एउटै हो ?
- (ग) आयकर पेसा व्यवसाय र वैवाहिक स्थितिअनुसार एउटै हुन्छ वा फरक ? किन होला ?
- (घ) नेपालमा आयकर व्यवस्थापन गर्ने निकाय कुन हो ?
- (ङ) आयकर सीमा र कर दर कस्ले कतिले निर्धारण गर्दछ ?
- (च) कुन कुन शीर्षकमा आयकर लाग्छ ?
- (छ) आयकरको विस्तृत विवरण प्राप्त गर्ने आधिकारीक वेबसाइट कुन हो ?

मूल्याङ्कन

- (क) आयकर ऐन २०५८ अनुसार कुन कुन शीर्षकमा आयकर लाग्छ ?

क्रियाकलाप २

आयकरमा छुट हुने अवस्थाहरू समेटेर तयार पारिएको चार्टपेपर समूहमा अध्ययन गराउनुहोस् । निम्न प्रश्नहरूमा छलफलसहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गराउनुहोस् :

- (क) के तपाईंहरूले आम्दानीका केही अवस्थाहरूमा सरकारलाई कर बुझाउनु पर्दैन भन्ने सुन्नु भएको छ ?
- (ख) कुन कुन अवस्थामा आयकरमा छुट हुन्छ होला ?
- (ग) कर्मचारी सञ्चयकोषमा जम्मा गरिएको रकमा कति रकम बराबर कर छुट हुन्छ ?
- (घ) जीवन बिमाबापत कति रकममा छुट हुन्छ ?
- (ङ) नेपालका विदेश स्थित कुटनीतिक नियोगमा कार्यरत कर्मचारीहरूले पाउने वैदेशिक भत्ताको कति प्रतिशत रकममा आयकर छुट हुन्छ ?
- (च) सामाजिक सुरक्षाकोषमा योगदान गरेको रकममा वार्षिक अधिकतम कतिसम्मको रकममा कर छुट हुने व्यवस्था छ ?
- (छ) निवृत्तिभरण आयमा कति प्रतिशत थप रकममा कर छुट हुन्छ ?

मूल्याङ्कन : अभ्यास 2.4 को प्रश्न न.1 समाधान गर्न लगाउनुहोस् र जाँच्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- व्यक्ति, संस्थाको आम्दानीको करसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

करको दर लेखिएको चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीमध्ये केही विद्यार्थीलाई आयकरमा छुट हुने केही अवस्थाहरूमध्ये 1/1 ओटा अवस्था भन्न लगाई (नदोहोरिने गरी) अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउँदै कक्षाको सुरुआत गर्नुहोस् ।
(ख) विद्यार्थीको समूह बनाएर प्रत्येक समूहमा तल प्रस्तुत गरेको जस्तै समस्याहरू दिनुहोस् । कक्षाकोठामा यसै आर्थिक वर्षको करको दर लेखिएको चार्ट पेपर प्रदर्शन गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

एक जना विवाहित कर्मचारी सरकारी कार्यालयमा काम गर्दछन् । उनको मासिक रु. 40,000 र 1 महिना बराबर चाडपर्व खर्च पाउने छन् भने उनले वार्षिक कर कति तिर्नुपर्छ ?

- (अ) माथिको प्रश्नमा कर्मचारीको मासिक आम्दानी कति छ ?
(आ) निजको एक वर्ष 1 महिना बराबरको चाडपर्व खर्चसहित जम्मा 1 वर्षको आय कति हुन्छ ?
(इ) तालिकामा दिइएको करको दरअनुसार निजको आयलाई कसरी विभाजन गर्ने होला ?
(ई) सुरुको कति रकमसम्मको आयमा कति प्रतिशत सामाजिक सुरक्षा कर लाग्छ ? सोही प्रतिशतअनुसार हुने कर रकममा कति होला ?
(उ) अब बाँकी रकम कति हुन्छ ? सो बाँकी रकममा कतिका दरले कर लाग्छ होला ? हिसाब गर्नुहोस् ।
(ऊ) अब जम्मा कर कति भयो हिसाब गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) निम्नानुसारको समस्या समूहमा छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

(अ)

बैङ्कको कर्मचारी (अविवाहित)
मासिक तलब: रु 35,250
चाडपर्व खर्च: 2 महिना बराबरको तलब
वार्षिक कर: ?
सुरुको रु 400000 सम्मको सामाजिक सुरक्षा कर 1%,
रु 400000 भन्दा थप आय रु 100000 सम्म आय कर 10%
रु 500000 भन्दा थप आय रु 200000 सम्म आय कर 20%
रु 700000 भन्दा थप आयमा आय कर 30%

(आ) गिरी प्रसाद अविवाहित छन् उनले केही वर्षदेखि एउटा गाई फर्म चलाउँदै आएका छन् । उनको वार्षिक आम्दानी रु 15,50,000 छ भने अगिल्लो प्रश्नमा छलफल गरिएको करको दरअनुसार जम्मा कति कर तिर्नुपर्ला ?

(ख) समस्या समाधानका लागि आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

समाधान

समस्या समाधानको नमुना

(अ) यहाँ मासिक तलब = रु. 35,250

वार्षिक आय = $14 \times \text{रु. } 35,250$ (चाडपर्व खर्चसमेत)

$$= \text{रु. } 493,500$$

अब करयोग्य रकम रु. 493,500 लाई आयकर दरका आधारमा निम्नानुसार लेख्दा,

$$\begin{aligned} \text{रु. } 493,500 &= \text{रु. } 4,00,000 + \text{रु. } 93,500 \\ &\quad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ &= \quad 1\% \qquad \qquad 10\% \end{aligned}$$

वार्षिक कर = रु. 4,00,000 को 1% + रु. 93,500 को 10%

$$= \text{रु. } 4,00,000 \times \frac{1}{100} + 93,500 \times \frac{10}{100}$$

$$= \text{रु. } 4,000 + 9,350$$

$$= \text{रु. } 13,350$$

□ वार्षिक कर = रु. 13,350

(आ) आवश्यक भएमा समस्या समाधानमा सहजीकरणका लागि निम्नानुसार समाधान गरिएको नोट समूहमा वितरण गरी छलफल गराउनुहोस् ।

(क) गिरीप्रसादले एकल व्यक्ति वा दम्पतीका लागि निर्धारण गरिएको करको दरमध्ये कुन आधारमा कर तिर्नुपर्छ ?	अविवाहित भएकाले एकल व्यक्तिका लागि निर्धारण गरिएको करको दरमा तिर्नु पर्छ ।
(ख) सामाजिक सुरक्षा कर रकम	= रु. 4,00,000 को 1% = रु 4000
(ग) आयकर लाग्ने रकम कति हुन्छ ?	= रु. 15,50,000 – रु. 4,00,000 = रु. 11,50,000
(घ) आय करको दरअनुसार आम्दानीलाई विभाजन गर्दा	रु. 11,50,000 = रु. 1,00,000 + 2,00,000 + 8,50,000 $= \quad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$ = 10% 20% 30%
(ङ) प्रत्येक भागमा कति कति प्रतिशतका दरले आय कर लाग्छ ? छुट्याउनुहोस् ।	= रु. 1,00,000 को 10% + रु. 2,00,000 को 20% + 8,50,000 को 30%
(च) अब प्रत्येक भागको आय कर रकम निकाल्नुहोस् ।	

(छ) जम्मा आय कर कति भयो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।	$= \text{रु. } 1,00,000 \times \frac{10}{100} + 2,00,000 \times \frac{20}{100} + 8,50,000 \times \frac{30}{100}$ $= \text{रु. } 10,000 + 40,000 + 2,55,000$
(ज) वार्षिक कर	$= \text{रु. } 3,05,000$ $= \text{रु. } 3,05,000 + 4000 = \text{रु. } 3,09,000$

मूल्याङ्कन

(क) अभ्यास 2.1 को प्रश्न न. 3(ग) समाधान गर्न लगाई विद्यार्थीले गर्न सके नसकेको यकिन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) सबै समूहलाई देहायको परियोजना कार्य गर्न लगाई सो परियोजना कार्यको सङ्क्षिप्त प्रतिवेदन (चार्टपेपर) तयार गरी पछिल्लो दिनको कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो विद्यालयमा कार्यरत कुनै पाँच जना शिक्षकहरूको तलब सञ्चय कोष, नागरिक लगानी कोष, विमा जस्ता विषयलाई समेटि तलबको वास्तविक विवरण लिनुहोस् र प्रत्येक शिक्षकले वार्षिक आयमा कति कति रुपियाँ कर सरकारलाई बुझाउनुपर्ने रहेछ ? गणना गरी अर्को दिनमा कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) परियोजना कार्य तयार गर्दा ध्यानदिनु पर्ने विषयवस्तुका बारेमा शिक्षकले सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

प्रतिवेदनको खाका

विषय : कक्षा :

इकाइ : पाठ :

परियोजना कार्यको शीर्षक :

१. उद्देश्य
२. प्रयोग गरिएका सामग्री
३. अपनाइएका प्रक्रिया
४. परियोजनाबाट प्राप्त ज्ञान, सिप, क्षमता
५. दैनिक जीवनमा प्रयोग कसरी भयो ?
६. निष्कर्ष

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कर सम्बन्धमा तयार पारिएको परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

साइनपेन, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) अगिल्लो दिनमा दिइएको परियोजना कार्यको शीर्षक र विषयवस्तु सम्बन्धित प्रश्नहरूबाट कक्षाको सुरुआत गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो प्रतिवेदन पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्ने लगाउनुहोस् ।
- (ग) प्रतिवेदन प्रस्तुत गर्ने क्रममा अन्य समूहका विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्न अवसर दिनुहोस् ।
- (घ) शिक्षकले पनि निम्नलिखित प्रकृतिका प्रश्नहरू सोधी छलफल गराउनुहोस् ।
- (अ) सबै शिक्षकहरूले (त्यहाँ उल्लेख गरिएका) तिर्ने जम्मा कर रकम एउटै छ ?
- (आ) किन कर रकम फरक फरक भयो होला ?
- (इ) सबै शिक्षकहरूले एउटै वा फरक फरक दरमा कर किन तिर्नु पर्‍यो होला? आफ्नो धारणा राख्न लगाउनुहोस् ।
- (ई) करको दर निर्धारण गर्दा सुरु तलब स्केलले प्रभाव पार्‍यो पारेन ?
- (उ) शिक्षकहरूले कुन कुन अवस्थामा कर छुट पाउनु भयो ?
- (ऊ) त्यहाँ उल्लेख गरिएका सबै शिक्षकको कर छुट रकम एउटै छ ? कारण दिनुहोस् ।
- (ऋ) सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम कर कति कति रहेछ ? कति फरक रहेछ ? किन फरक रहेछ, किन फरक पर्‍यो ? आफ्नो राय राख्न लगाउनुहोस् ।

पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- (क) मूल्य अभिवृद्धि कर (भ्याट) को अवधारणा बताउनु
- (ख) कुनै वस्तुमा लाग्ने मु.अ.क रकम पत्ता लगाउनु

शैक्षणिक सामग्री

(क) मु.अ.क लगाई तयार गरिएको बिलको नमुना मु.अ.क दर लेखिएको कार्ड (हाल नेपालमा प्रचलनमा रहेको)

क्रियाकलाप १

विद्यार्थीको समूहमा नमुना बिल (पाठ्यपुस्तकको जस्तै) उपलब्ध गराउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) तपाईंहरूले मु.अ.क (भ्याट) का बारेमा सुन्नु भएको छ वा के थाहा छ ?
- (आ) दिइएको बिलमा समानको विक्रीदर कति रहेछ ?
- (इ) खरिद कर्ताले विक्रीदरभन्दा कति रकम बढी तिरेका छन् ? किन बढी रकम तिर्नु परेको होला ?
- (ई) उक्त बढी तिरेको रकमलाई के भनिन्छ, होला ? सो रकम कसलाई जान्छ ?
- (उ) खरिद कर्ताले अन्तिममा तिरेको मूल्यलाई के भनिन्छ ?
- (ए) कुनै सामग्रीको सुरुको मूल्य खरिद कर्ताले अन्तिममा तिरेको मूल्यमध्ये कुन धेरै हुन्छ, होला ?
तल कोठामा दिइएको निष्कर्ष अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्य अभिवृद्धि कर (भ्याट)

मूल्य अभिवृद्धि कर वस्तु तथा सेवामा लाग्ने एक किसिमको अप्रत्यक्ष कर हो । वस्तु वा सेवाको उत्पादनदेखि वितरणसम्मका विभिन्न तह वा चरणमा वृद्धि भएको मूल्यमा लाग्ने कर नै मूल्य अभिवृद्धि कर हो । हाल नेपालको सन्दर्भमा मूल्य अभिवृद्धि करको दर 13 प्रतिशत राखिएको छ ।

मूल्याङ्कन

- (क) हाल नेपालको सन्दर्भमा करको दर कति छ ?
- (ख) भ्याटको नियमअनुसार भ्याट कसले तिर्दछ ? आदि प्रश्नहरू गर्दै धारणा स्पष्ट भए नभएको यकिन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 36 मा दिइएको निर्माण कम्पनीले डिलर, होलसेलर, रिटेलर र उपभोक्तासम्म सामान विक्री हुँदै आउंदा सामानको मूल्यमा कसरी भ्याट लाग्छ, कसरी राज्यको कोषमा भ्याट रकम जम्मा हुन्छ ? भन्ने प्रक्रिया दिइएको छ । विद्यार्थीलाई जोडीमा उक्त तालिका अध्ययन गर्न लगाएर छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) निर्माण कम्पनीले डिलरलाई विक्री गर्दा कति रुपियाँमा बेचेको छ ? डिलरले मूल्य अभिवृद्धि करबापत कति रकम तिरेका छन् ?
- (आ) नेपालको सन्दर्भमा मूल्य अभिवृद्धि करको दर कति छ ?

- (इ) उपभोक्ताले टेलिभिजन खरिद गर्दा कति रुपियाँमा खरिद गरेका छन् ? भ्याटबापत कति रकम पसलेलाई तिरेका छन् ?
- (ई) उपभोक्ताले तिरेको भ्याटबापतको रकम राज्यको कोषमा कसरी जम्मा हुने रहेछ ? उपभोक्ता, डिलर, होलसेलर र रिटेलरले कति कति रकम भ्याटबापत रकम राज्यकोषमा जम्मा गरेका रहेछन् ?
- (उ) भ्याटको परिभाषाअनुसार वस्तु वा सेवाको उत्पादनदेखि वितरणसम्ममा वृद्धि भएको मूल्यमा लाग्ने करका आधारमा कसरी भ्याट गणना गर्ने रहेछ ?
- (ऋ) दुवै तरिकाबाट भ्याट गणना गर्दा राज्यमा जम्मा हुने भ्याट रकम बराबर हुन्छ ?

मूल्याङ्कन

(क) मु.अ.क. सँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : श्री रामले अङ्कित मूल्य रु 35,000 पर्ने टेलिभिजनमा 13 प्रतिशत भ्याट लगाएर खरिद गरेको रहेछन् भने उनले भ्याटबापत कति रकम तिर्नु पर्ने होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न.46 को अभ्यास 2.2 को प्रश्न न.1 र 4 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- मूल्य अभिवृद्धि करसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

भ्याट तिरेका बिलहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्दै अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । निम्नबमोजिमका प्रश्नहरू सोधी समाधान गर्न लगाएर छलफल गराउनुहोस् ।

१. एउटा डिजिटल घडिको बिक्री मूल्यमा रु. रु. 15,255 छ । उक्त घडीमा 13% भ्याट लगाउँदा भ्याटसहितको मूल्य कति होला ?

२. एउटा डिजिटल घडीको बिक्री मूल्यमा 13% भ्याट लगाउँदा रु. 15,255 हुन्छ भने भ्याटबाहेकको मूल्य कति होला ?

३. होलसेलरले प्रति कुर्सी भ्याटबाहेक रु. 9,000 का दरले रिटेलरलाई 15 ओटा कुर्सी बिक्री गर्यो । रिटेलरले उक्त कुर्सीलाई भ्याटबाहेक रु. 11500 का दरले उपभोक्तालाई सबै कुर्सी बिक्री गर्यो भने 15 ओटा कुर्सीको कारोबारमा 13% भ्याटका दरले

(अ) रिटेलरले कति रकम भ्याटबापत होलसेलरलाई बुझाएको रहेछ ?

(आ) रिटेलरले भ्याटबापत कति रकम उपभोक्ताबाट लिन्छन् ?

(इ) रिटेलरले सरकारलाई भ्याटबापत कति रकम जम्मा गर्नु पर्छ ?

४. होलसेलरले प्रति कुर्सी भ्याटसहित रु. 10170 का दरले रिटेलरलाई 10 ओटा कुर्सी बिक्री गर्‍यो । रिटेलरले उक्त कुर्सीलाई भ्याटबाहेक रु. 11500 का दरले उपभोक्तालाई सबै कुर्सी बिक्री गर्यो भने 10 ओटा कुर्सीको कारोबारमा 13% भ्याटका दरले

(अ) रिटेलरले कति रकम भ्याटबापत होलसेलरलाई बुझाएको रहेछ ? उक्त कुर्सीको भ्याटबाहेकको मूल्य कति रहेछ ?

(आ) रिटेलरले भ्याटबापत कति रकम उपभोक्ताबाट लिन्छन् ?

(इ) रिटेलरले सरकारलाई भ्याटबापत कति रकम जम्मा गर्नु पर्छ ?

५. होलसेलरले प्रति टेबुल भ्याटसहित रु. 10170 का दरले रिटेलरलाई 30 ओटा टेबुल बिक्री गर्‍यो । रिटेलरले उक्त टेबुललाई भ्याटसहित रु. 12995 का दरले उपभोक्तालाई सबै कुर्सी बिक्री गर्‍यो भने 30 ओटा कुर्सीको कारोबारमा 13% भ्याटका दरले

(अ) रिटेलरले कति रकम भ्याटबापत होलसेलरलाई बुझाएको रहेछ ? रिटेलरले उक्त टेबुललाई भ्याटबाहेक कति मूल्यमा किनेको रहेछ ?

(आ) रिटेलरले भ्याटबापत कति रकम उपभोक्ताबाट लिन्छन् ? उक्त टेबुलको भ्याटबाहेकको मूल्य कति रहेछ ?

(इ) रिटेलरले सरकारलाई भ्याटबापत कति रकम जम्मा गर्नु पर्छ ?

माथि दिइएको ३ नम्बरको प्रश्नको समाधान

यहाँ दिइएको समस्यामा भ्याट दर = 13%

होलसेलरले प्रति कुर्सी भ्याटबाहेक रु. 9,000 का दरले रिटेलरलाई 15 ओटा कुर्सी बिक्री गर्दा,

प्रति कुर्सीको भ्याट रकम = 9000 को 13%

$$= 9000 \times \frac{13}{100}$$

$$= \text{रु. 1170}$$

15 कुर्सीको जम्मा भ्याट रकम = 1170 × 15 = रु. 17550

∴ रिटेलरले होलसेलरलाई तिरेको भ्याट रकम = रु. 17,550

रिटेलरले प्रति कुर्सी भ्याटबाहेक रु. 11,500 का दरले उपभोक्तालाई 15 ओटा कुर्सी बिक्री गर्दा,

प्रति कुर्सीको भ्याट रकम = 11,500 को 13%

$$= 11,500 \times \frac{13}{100}$$

$$= \text{रु. 1,495}$$

15 कुर्सीको जम्मा भ्याट रकम = 1,495 × 15 = रु. 22,425

∴ रिटेलरले उपभोक्ताबाट उठाएको भ्याट रकम = रु. 22,425

अब रिटेलरले उपभोक्ताबाट उठाएको भ्याट रकमबाट आफूले तिरेका भ्याट रकम घटाएर बाँकी रहेको रकम मात्र सरकारी कोषमा जम्मा गर्दछ।

त्यसैले रिटेलरले सरकारलाई भ्याटबापत तिर्नु पर्ने रकम = 22,425 - 17,550

$$= \text{रु. 4875}$$

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 44 को उदाहरण 6 मा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) मूल्य अभिवृद्धि करको गणना र राज्यकोषमा जम्मा हुने तरिकामा छलफललाई जोड दिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 2.2 को प्र.न 2 र 7 गर्न लगाई जाँच्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा तयार गरिएको प्रश्न प्रदर्शन गर्दै अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् । छलफलपश्चात् प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : प्रश्न: एउटा फ्रिजको मूल्य कम्पनीले रु. 30,000 कायम गरेको छ । उक्त फ्रिज कम्पनीले डिलरलाई बेच्छ, फेरि डिलरले रु 5000 थप गरी खुद्रा पसलेलाई बेच्छ । खुद्रा पसलेले पुनः रु 5,000 थप गरी ज्ञान बहादुरलाई बेच्यो । 13% मूल्य अभिवृद्धि कर प्रत्येक तहमा लगाउँदा सरकारलाई कति रुपियाँ कर प्राप्त हुन्छ ?

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 2.2 को प्रश्न न. 11 समाधान गर्न लगाई जाँच्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

(क) विद्यार्थीलाई तल दिइएका वा यस्तै प्रश्नहरूका आधारमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : एक जना डिलरले वासिङ मेसिनको मूल्य भ्याटबाहेक रु. 56000 कायम गर्‍यो । उनले उक्त वासिङ मेसिन 13% करसहित होलसेलरलाई विक्री गरेछन् । होलसेलरले 13% भ्याटसहित उक्त मेसिन रु. 74580 मा रिटेलरलाई बेचेछन् ।

(अ) होलसेलरले कति रकम भ्याटबापत तिर्नुपर्छ ?

(आ) यदि डिलरले उक्त वासिङ मेसिन किन्दा भ्याटबापत रु. 6500 तिरेको भए उसले कति रकम भ्याटबापत सरकारलाई बुझाउनुपर्छ ?

(इ) रिटेलरले उपभोक्तालाई कति रुपियाँमा बेचेमा मूल्य अभिवृद्धि करबापत रु. 9360 प्राप्त गर्न सक्छन् ?

(ई) माथिको कारोबारमा कसले सबैभन्दा बढी भ्याट रकम उठाउँछन् ?

(ख) विद्यार्थीलाई माथिको जस्तै प्रश्न निर्माण गर्न लगाई छलफल गराउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आठौं र नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

भ्याटसम्बन्धी परियोजना कार्य तयार गरी सोको प्रतिवेदन प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, फोटोकपि पेपर, साइनपेन

क्रियाकलाप :

(क) अगिल्लो कक्षामा दिइएको परियोजना कार्य सम्बन्धमा भए गरेका गतिविधिका बारेमा प्रश्नहरूबाट कक्षा सुरु गर्नुहोस् ।

(ख) सबै समूहहरूलाई पालैपालो आआफ्नो प्रतिवेदन कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रतिवेदन प्रस्तुत गर्ने क्रममा देहायकाअनुसारका प्रश्नहरू सोधी छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) तपाईंहरूले तयार गरेको भ्याट बिलमा कति प्रतिशतका दरले लगाइएको रहेछ ?

(आ) सबै बिलमा छुट लगाइएको छ ?

(इ) अङ्कित मूल्य धेरै हुँदा रकम हुदाँ भ्याट रकम कसरी परिवर्तन हुन्छ ?

(ई) सबै सामग्रीहरूमा छुट दिइएको छ त ?

(उ) छुट नदिइएको मूल्यमा कुन रकममा भ्याट लगाइन्छ होला ?

(ऊ) उपभोक्ता वा ग्राहकले सामान किन्दा तिरेको भ्याट सरकारको कोषमा कसरी जान्छ होला ?

(ऋ) सबै पसल वा Supermarket मा एउटै समानको अङ्कित मूल्य एउटै रहेछ त ?

पाठ : ३

कमिसन र लाभांश

परिचय

कुनै वस्तु वा सेवाको विक्रीकर्ता र खरिदकर्ताका बिचमा मध्यस्थकर्ताको भूमिका निर्वाह गरेबापत प्राप्त गर्ने रकमलाई कमिसन भनिन्छ । कुनै कम्पनीले कर्मचारीहरूलाई उसले नियमित रूपमा पाउने तलबबाहेक प्रदान गरिने रकमलाई बोनस भनिन्छ भने नाफामूलक संस्थामा सेयर लगानी गरेका आधारमा संस्थाले कमाएको नाफा रकमको केही रकम सेयर धनीलाई प्रदान गरिने रकमलाई डिभिडेन्ड भनिन्छ । यस पाठमा व्यावहारिक जीवनमा हुने कारोबारमा पाइने वा प्राप्त हुने कमिसन र लाभांश के हो ? यी कुन कुन कारोबारमा कहाँ कहाँ प्रयोगमा आउछन् ? लाभांशअन्तर्गत बोनस र डिभिडेन्डमा के भिन्नता छ ? कुन अवस्थामा बोनस र कुन अवस्थामा डिभिडेन्ड प्राप्त गर्न सकिन्छ ? साथै कमिसन, बोनस र डिभिडेन्डसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्या समाधान गर्ने विषयवस्तु राखिएको छ । यिनै विषयमा छलफल, अवलोकन, खोजविधि र परियोजना कार्यहरूबाट कमिसन, लाभांश, बोनस र डिभिडेन्ड पत्ता लगाउने र एक अर्काबिचको अन्तर सम्बन्ध थाहा पाउने सिपको विकास हुने छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) कमिसन र लाभांशको अवधारणा विकास गर्न

(ख) कमिसन र लाभांशसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	कमिसनको अवधारणा	1	
2.	कमिसनसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या	1	
3.	बोनसको अवधारणा र समस्या समाधान	1	
4.	डिभिडेन्टको अवधारणा	1	
5.	डिभिडेन्टसम्बन्धी समस्या	1	
6.	परियोजना कार्य	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कमिसनको अवधारणामा स्पष्ट हुन
- कमिसनका व्यावहारिक समस्या (विक्री मूल्य र कमिसन रकममध्ये कुनै दुई दिइएको अवस्थामा अर्को पत्ता लगाउन र प्रतिशत दिइएकामा कमिसन रकम पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

विक्री मूल्य र कमिसन लेखिएका चार्टपेपर, कमिसन लिने दिनेबिच भएको सम्झौता पत्रको नमुना, जग्गाको मूल्य र कमिसन दर लेखिएको चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई तल दिइए जस्तै कमिसनसँग सम्बन्धी एउटा घटना अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उक्त घटनासँग सम्बन्धित भएर निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

"विमलले आफ्नो 5 - 4 - 3 - 1 क्षेत्रफल भएको जग्गा रु. 80 लाखमा विक्री गर्न सुजनलाई अनुरोध गरेछन् । जग्गा विक्री गरिदिएबापत विमलले सुजनलाई ३ प्रतिशतले हुने रकम दिने भनेछन् । सुजनले विमलको जग्गा किन्ने ग्राहक खोजेर तोकिएकै मूल्यमा जग्गा विक्री गरिदिएछन् ।"

जग्गाको क्षेत्रफल : 5 - 4 - 3 - 1
विक्री मूल्य : रु. 80 लाख
कमिसन : 3%

(अ) जग्गाधनीको नाम के रहेछ ? उनीले कति रुपियाँमा जग्गा विक्री गर्न चाहेका छन् ?

(आ) ग्राहक खोज्ने कार्य कसले गरेको छ ? उसलाई के भनिन्छ ? उसको जग्गा खरिद विक्रीमा कस्तो भूमिका हुन्छ ?

(इ) जग्गा विक्री गराइदिएबापत सुजनले कति रकम पाउने भनिएको छ ? उक्त रकमलाई के भनिन्छ ?

(ई) माथिको प्रश्न-उत्तर छलफलबाट विद्यार्थीलाई कमिसनको अवधारणाबारे प्रस्ट पारिदिनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई पालैपालो पाठ्यपुस्तको पेज न. 50 को क्रियाकलाप 1 अनुसार अभिनय गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) विक्रीकर्ता, खरिदकर्ता र मध्यस्तकर्ता (एजेन्ट) कस्ता कस्तालाई भनिन्छ ? कुनै वस्तु वा सेवाको खरिद विक्रीमा उनीहरूको भूमिका कस्तो हुन्छ ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ख) कमिसन वा कमिसन दर भनेको के हो ? यो कसले निर्धारण गर्दछ ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) एउटा कम्पनीले एजेन्टलाई दिने कमिसन दर विक्रीका आधारमा निर्धारण गरेमा कमिसन रकम कसरी पत्ता लगाउने होला ? जस्तै: पाठ्यपुस्तको पेज न. 51 को उदाहरण 2 ।

(ख) विद्यार्थीलाई दुई जनाको समूहमा बसी अध्ययन गर्न लगाई समस्या समाधानमा अपनाएको प्रक्रिया बताउन लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीको प्रस्तुतीमा आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई गृहकार्य दिई आवश्यकताका आधारमा पृष्ठपोषण प्रदान गर्दै सबै विद्यार्थीले सोही प्रकृतिका समस्याहरू समाधान गर्न सके नसके यकिन गर्नुहोस् । नसक्ने विद्यार्थीलाई समस्या समाधानका लागि सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 53 मा दिइएको अभ्यास 3.1 को प्रश्न न. 1 को (क) मा

दिइएको समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

जग्गाको मूल्य = रु. 1,50,00,000

कमिसन = 5%

कमिसन रकम = ?

कमिसन रकम = रु.15000000 को 5%

$$= \text{रु.} 15000000 \times \frac{5}{100}$$

$$= \text{रु.} 750000$$

अतः कमिसन रकम रु. 7,50,000

(शिक्षकलाई सुझाव : माथिको समस्या समाधान विधिको प्रयोगबाट गराउनुहोस् ।)

(ख) माथिको समस्या समाधानमा आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) जग्गाधनीले कमिसन रकम कटाएर कति रकम प्राप्त गर्छन् ?

(आ) यदि कमिसन रकम 3 प्रतिशत मात्र भएको भए कमिसन रकममा कति फरक आउँछ ?

(इ) 3 प्रतिशतका दरले कमिसन प्राप्त गर्दा रु. 6,00,000 प्राप्त हुन्छ भने उक्त जग्गा कतिमा विक्री गर्नु पर्छ ?

मूल्याङ्कन

अभ्यास 3.1 को प्रश्न न. 2 गर्न लगाई विद्यार्थीले कमिसन रकम पत्ता लगाउन सके नसकेको यकिन गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- संस्था वा कम्पनीको कुल नाफालाई फरक फरक कमिसन सीमाअनुसार छुट्याई कुल कमिसन पत्ता लगाउन ।

शैक्षणिक सामग्री

नाफा रकमलाई कमिसन दरको सीमाअनुसार छुट्याइएका पोस्टरहरू, वर्क सिटका नमुनाहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो कक्षाको विषयवस्तु सँग सम्बन्धित प्रश्नहरू सोधी पुनरवलोकन गर्न लगाउने

(जस्तै : जग्गा बिक्री गराइदिएवापत एजेन्टले पाउने रकमलाई के भनिन्छ ?)

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 52 को उदाहरण 3 गराउन निम्नलिखित समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) कर्मचारीको मासिक तलब, निर्माण सामग्रीको बिक्री रकम र कर्मचारीले कमिसनसहित प्राप्त गर्ने रकम कति कति रहेछ ?

(आ) कर्मचारीको मासिक आम्दानी र मासिक तलबबिच कति फरक रहेछ ? उक्त रकमलाई के भनिन्छ ?

(इ) कमिसन दर कसरी निकालिन्छ ?

(ई) कमिसन रकम र बिक्री मूल्यलाई प्रयोग गरी कमिसन दर निकाल्नुहोस् ।

(उ) यदि कमिसन दर 2% भएको भए उक्त कर्मचारीको मासिक आम्दानी कति हुन्छ होला ? सबै विद्यार्थीलाई

समाधान गर्न लगाई कुनै दुई जना विद्यार्थीलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । अन्त्यमा शिक्षकले पृष्ठ पोषणसहित निष्कर्ष बताउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीको प्रस्तुतिमा पृष्ठपोषण प्रदान गर्दै सोही प्रकृतिको कुनै समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(जस्तै: एउटा पाउरोटी फ्याक्ट्रीमा काम गर्ने एक जना कामदारको मासिक तलब रु 20,000 छ । उक्त फ्याक्ट्रीले कामदारलाई कुल बिक्रीको केही प्रतिशत कमिसन दिन्छ । यदि यो महिना फ्याक्ट्रीले रु.1,07,000 को सामान बिक्री गर्‍यो र उक्त महिना कामदारलाई कमिसनसहित रु. 25,350 दिइएको रहेछ भने फ्याक्ट्रीले कामदारलाई कति प्रतिशत कमिसन दिइएको रहेछ ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।)

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई समूह कार्यका लागि तल दिइएको जस्तै समस्या दिनुहोस् ।

समस्या : एउटा कम्पनीले कुल नाफाको 60% रकम सबै कामदारहरूलाई बराबर हुने गरी कमिसन दिने निर्णय गर्‍यो । उक्त कम्पनीले यस महिना रु 3 करोड नाफा गर्‍यो । उक्त कम्पनीमा कार्यरत 350 जना कामदारमध्ये रामको मासिक तलब रु. 21,350 रहेछ भने यस महिना रामको मासिक आम्दानी कति होला ?

- (अ) माथिको Task सबै समूहलाई आपसमा छलफल गरी समूहमै समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।
(आ) आवश्यकताअनुसार विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।
(इ) समूह कार्यपछि समूहको लिडरलाई पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 53 मा दिइएको अभ्यास 3.1 को प्रश्न न.3 गर्न लगाएर सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज न. 54 मा भएको परियोजना कार्य समूहमा गरेर प्रतिवेदन कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । प्रतिवेदन तयार गर्न आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलाब्धि

- बोनसको अवधारणा थाहा पाउन र सोसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

बोनस वितरणसम्बन्धी सङ्कलन गरिएका पोस्टरहरू

क्रियाकलाप १

- (क) अगिल्लो दिनको परियोजना कार्य कक्षमा प्रस्तुत गर्न लगाएर सबै विद्यार्थीको रेकर्ड राख्नहोस् ।
- (ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 55 मा बक्समा दिइएको कुराहरू सबै विद्यार्थीलाई पढ्न लगाउनुहोस् र निम्न समस्याहरूमाथि छलफल गर्नुहोस् ।
- (अ) बोनस भनेको के होला त ?
- (आ) संस्थाको नाफाको निश्चित प्रतिशत रकम आफ्ना कर्मचारीहरूलाई नियमअनुसार एकमुष्ट वितरण गर्छ भने
- अरू रकमलाई के भनिन्छ ?
- (इ) कम्पनीले बोनस किन दिन्छ होला ?
- (ई) के लाई आधार मानी बोनस वितरण गरिन्छ होला ?
- (उ) के कम्पनीले मुनाफा कमाउन नसक्दा पनि बोनस वितरण गर्छ ?
- शिक्षकले आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।
- बोनससम्बन्धी प्रश्नहरू सोधी विद्यार्थीले बोनसको अवधारणा बुझे नबुझेको प्रस्ट हुनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- विद्यार्थीलाई बोनससम्बन्धी छोट्टा केही प्रश्नहरू सोधी बोनसको अवधारण प्रस्ट भए नभएको पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (जस्तै : एउटा कागज उद्योगले नाफा भएवापत कर्मचारीलाई वितरण गर्ने अतिरिक्त रकमलाई के भनिन्छ ?)

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई तल देखाएको जस्तो समस्या चार्ट पेपरमा लेखी बोर्डमा टाँसेर निम्न समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

जस्तै : एउटा उद्योगले एक वर्षमा रु 1 करोड नाफा गरेछ र नाफा रकमको 55 प्रतिशत रकम उद्योगका 110 जना कर्मचारीलाई बोनस स्वरूप बराबर वितरण गर्ने निर्णय गर्यो भने प्रत्येकले कति कति रकम प्राप्त गरेछन ?

- (अ) कम्पनीले कति रकम नाफा गरेछ ?
- (आ) बोनस वितरण गर्न योग्य रकम कसरी निकालिन्छ होला ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- (इ) एकजना कर्मचारीवापत कति रकम बोनस आउला ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएको जस्तै बोनससँगसम्बन्धी कुनै समस्या दिइएर विद्यार्थीलाई समाधान गर्न लगाएर सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक परको ठाउँमा सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

जस्तै : एउटा बिस्कुट फ्याक्ट्रीले एक हप्तामा रु. 50,00,000 नाफा गरेछ । र त्यहाँ कार्यरत 70 जना कर्मचारीहरूलाई बराबर रूपमा प्रतिव्यक्ति रु 4000 का दरले बोनस वितरण गरेछ, भने उक्त कम्पनीले कति प्रतिशत बोनस वितरण गरेको होला ?

गृहकार्य

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 58 मा दिइएको अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 2 र 3 गृहकार्य गर्न लगाउनुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलाब्धि

- डिभिडेन्टको अवधारणामा प्रस्ट भई र सोसम्बन्धी सामान्य समस्या समाधान गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

डिभिडेन्टसम्बन्धी लेखिएका चार्टपेपरहरू, डिभिडेन्टसम्बन्धी समाचार सङ्कलनका नमुनाहरू

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 57 को क्रियाकलाप 2 अध्ययन गर्न लगाएर निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) सेयर भनेको के होला ?
- (आ) तपाईंको परिवारमा कुनै सदस्यले कुनै कम्पनीको सेयर खरिद गर्नुभएको छ ?
- (इ) डिभिडेन्ट भनेको के हो ? केका आधारमा कम्पनीले डिभिडेन्ट वितरण गर्छ ?
- (ई) डिभिडेन्ट कति प्रकारको हुन्छ ? ती के के हुन् ?
- (उ) डिभिडेन्ट कसरी वितरण गरिन्छ ?
- (उ) के डिभिडेन्टलाई लाभांश भन्न सकिन्छ ?

मूल्याङ्कन

डिभिडेन्टसम्बन्धी प्रश्नहरू सोधी डिभिडेन्टको धारणा प्रस्ट भए नभएको निश्चित गर्नुहोस् ।

जस्तै : डिभिडेन्ट कति प्रकारको हुन्छ ? ती के के हुन् ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई तल देखाएको जस्तो समस्या चार्ट पेपरमा लेखी बोर्डमा टाँसेर निम्नलिखित समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

ABC hydropower Company Ltd.

जम्मा सेयर = **32850,000** कित्ता

डिभिडेन्ट दर = **20%**

खुद नाफा = **37,00,00,000**

प्रतिकित्ता डिभिडेन्ट = ?

- (अ) ABC हाइड्रोपावर कम्पनीको जम्मा सेयर कति रहेछ ?
- (आ) उक्त कम्पनीले कति प्रतिशत डिभिडेन्ट बाड्ने रहेछ ?
- (इ) उक्त कम्पनीले कति रकम मुनाफा कमाएछ ?
- (ई) वितरण गरिने नगद डिभिडेन्ट कति होला ? कसरी पत्ता लगाउने ?

$$\text{नगद डिभिडेन्ट रकम} = \text{रु. } 37,00,00,000 \times \frac{20}{100}$$

$$= \text{रु. } 7,40,00,000$$

- (उ) 1 कित्ता सेयर बराबर कति नगद डिभिडेन्ट प्राप्त होला ? निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(उ) यदि सेयर सदस्य पेम्बाको जम्मा 155 कित्ता सेयर रहेछ भने उहाँले कति रकम डिभिडेन्टवापत प्राप्त गर्नुहुन्छ ? निकाल्न लगाउनुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

डिभिडेन्ट रकम कसरी निकालिन्छ भन्ने विद्यार्थीमा स्पष्ट भए वा नभएको यकिन गर्नुहोस् । त्यस्तै प्रकारको समस्या दिएर समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : कल्याणकारी सहकारीमा रु. 100 दरका 15,70,250 कित्ता सेयर छ । उक्त सहकारीले गत वर्ष रु. 2 करोड 30 लाख मुनाफा कमायो र सेयर धनीलाई मुनाफाको 60% डिभिडेन्ट प्रदान गर्ने निर्णय गरेछ भने जम्मा 290 कित्ता सेयर भएको सुस्मा थारुले कति रकम डिभिडेन्ट पाउछिन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- डिभिडेन्टसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

डिभिडेन्टसम्बन्धी लेखिएका चार्टपेपरहरू, डिभिडेन्टसम्बन्धी समाचार सङ्कलनका नमुनाहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 57 को उदाहरण 2 अध्ययन गर्न लगाएर निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) सो कम्पनीको जम्मा कति कित्ता सेयर रहेछ ?
- (आ) कम्पनीले एक वर्षमा कति मुनाफा गरेछ ?
- (इ) कम्पनीले कति प्रतिशत डिभिडेन्ट वितरण गर्न निर्णय गरेछ ?
- (ई) वितरण गरिने नगद डिभिडेन्ट कति होला ? कसरी पत्ता लगाउने ? विद्यार्थीबिच छलफल गराएर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- (उ) 1 कित्ता सेयर बराबर कति नगद डिभिडेन्ट प्राप्त होला ? निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (ऊ) 60 कित्ता सेयर हुने व्यक्तिले कति रकम डिभिडेन्टबाट प्राप्त गर्नुहुन्छ होला ? निकाल्न लगाउनुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 58 मा दिइएको अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 5 समाधान गर्न लगाएर सही मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । साथै विद्यार्थीलाई आवश्यक परको ठाउँमा सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

गृहकार्य

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 58 मा दिइएको अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 4 गृह कार्य गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 58 मा दिइएको अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 6 समाधान गर्न आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् । सहजीकरणपश्चात् विद्यार्थीले समस्या समाधान गर्न सके नसकेको निश्चित गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

- (क) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो क्षेत्रमा रहेका निजी सार्वजनिक तथा निजी संस्था (सहकारी बैङ्कहरूमा गएर उक्त कम्पनीको जम्मा सेयर, संस्थाले गत वर्षमा गरेको मुनाफा रकम र गत वर्ष वितरण गरेको डिभिडेन्ट कति रहेछ ? टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) सोही टिपोटअनुसार प्रतिकित्ता सेयर बराबर कति कति नगद डिभिडेन्ट प्राप्त गरेछन् ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

छैटौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- तयार गरिएको परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

तयार गरिएको परियोजना कार्य

क्रियाकलाप १

- (क) प्रतिवेदन कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
(ख) आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (क) प्रतिवेदन सही तरिकाले तयार गरेको/नगरेको यकिन गर्नुहोस् ।
(ख) फरक फरक समूहलाई उक्त समूहको कुनै सदस्यको सेयर सङ्ख्याभए कति डिभिडेन्ट प्राप्त गर्ला पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
जस्तै : समूह A को सङ्ख्याले प्रतिकित्ता रु. 250 प्राप्त गरेको रहेछ । र उक्त संस्थाको कुनै सदस्यको 95 कित्ता सेयर भए उक्त सदस्यले कति रकम डिभिडेन्ट प्राप्त गर्ला ?

पाठ : ४
घरायसी अङ्कगणित

परिचय

यस पाठमा विद्युत् महसुल, टेलिफोन महसुल, पानीको खपत युनिट गणना र महसुल हिसाब कसरी गर्ने ? विद्युत् महसुल, टेलिफोन महसुल, पानीको महसुल, ट्याक्सी भाडा आदि खर्चहरूसम्बन्धी समस्याहरूलाई जीवनका व्यावहारिक समस्यासँग जोडेर हिसाब कसरी गर्ने ? महसुल हिसाब गर्न र यसमा लाग्ने कर, जरिवाना, छुटसम्बन्धी समस्या समाधान कसरी गर्नेसम्बन्धी विषयवस्तु राखिएको छ । यसै विषयमा छलफल, अवलोकन, खोजविधि र परियोजना कार्यहरूबाट हालको दर रेटअनुसार पानी, बिजुली, टेलिफोन, ट्याक्सी भाडासम्बन्धी प्रयोगअनुसार फरक दरमा महसुल हिसाब गर्न र सोमा लाग्ने कर, जरिवाना, छुटसम्बन्धी समस्या समाधान गर्ने सिपको विकास हुने छ । अनलाइन माध्यमबाट पनि भुक्तानी गर्ने व्यावहारिक सिपसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न विद्यार्थीसक्षम हुने छन् । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ।

(क) अङ्कगणितसँग सम्बन्धित घरायसी समस्याहरू पहिचान गरी हल गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र. स.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तक पृष्ठसङ्ख्या
1.	विद्युत्को महसुलको धारणा निर्माण (शुल्क जरिवाना) छुट	2	
2.	विद्युत् महसुल शुल्क (जरिवानासहितको समस्या समाधान गर्न)	1	
3.	परियोजना कार्य (विद्युत्सम्बन्धी)	1	
4.	खानेपानीको बिल अध्ययन र धारणा निर्माण	1	
5.	छुट जरिवानासहित महसुल हिसाब	1	
6.	परियोजना कार्य (खानेपानीसम्बन्धी)	1	
7.	टेलिफोन बिल अध्ययन र धारणा निर्माण	1	
8.	TSC, OT र VAT को धारणा र महसुल हिसाब गर्न	2	
9.	परियोजना कार्य (टेलिफोनसम्बन्धी)	1	
10.	ट्याक्सीमा लाग्ने शुल्कसम्बन्धी धारणा	1	
11.	ट्याक्सीमा लाग्ने शुल्क हिसाब गर्न	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- घरायसी अङ्कगणितसम्बन्धी समस्या समाधानका लागि आवश्यक आधारभूत क्रियासँग परिचित हुन
- विद्युत् क्षमता र विद्युत् खपतका आधारमा नेपाल विद्युत् प्राधिकरणको निर्धारण गरेको महसुल दरअनुसार गणना गर्ने तरिका बताउन

शैक्षणिक सामग्री

विद्युत् उपभोक्ता महसुल दर तालिका (पाठ्यपुस्तकको पेज 60 अनुसार)

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आफ्ना समूहमा वर्कसिटमा दिइएका देहायका प्रश्नहरू माथि छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) एकओटा डटपेनको मूल्य रु. 25 पर्दछ भने, एक दर्जन डटपेनको जम्मा मूल्य कति पर्ला ?

(आ) एक दर्जन कापीको रु. 840 पर्दछ भने, 5 ओटा कापीको मूल्य कति पर्ला ?

(इ) रु. 1000 पर्ने भोलामा 15% छुट दिँदा कति रकम छुटबापत पाउला ? छुटपछि उक्त भोलामाको मूल्य कति होला ?

(ई) रु. 30,000 पर्ने मोबाइल किन्दा भ्याटबापत 13% तिर्नुपर्छ भने कति रकम भ्याट तिर्नुपर्ला ?

भ्याटसहित उक्त मोबाइललाई कति रकम तिर्नुपर्ला ?

(उ) तपाईंहरूले सेवा शुल्कबारेमा सुन्नु भएको छ ? सेवा शुल्क भनेको के हो ? यो कसरी निर्धारण गरिन्छ ? कस्तो संस्थामा सेवा शुल्क लिने गरिन्छ ?

(ऊ) के तपाईंहरूले विद्युत् महसुल, पानीको महसुल, टेलिफोन महसुल, ट्याक्सी भाडा तिर्नुभएको छ ?

(ऋ) तपाईं वा घरको कुनै सदस्यले त्यस्ता प्रकारका महसुल कुन माध्यमबाट तिर्नुहुन्छ ?

(ए) मोबाइल एप्स वा कम्प्युटर सेटको प्रयोग गरेर अनलाइन माध्यमबाट भुक्तानी गर्नु भएको छ ?

(ऐ) घरायसी खर्चका रकमहरू कसरी अनलाइन प्रविधिबाट भुक्तानी गरिन्छ होला ?

(ओ) यसरी अनलाइनबाट भुक्तानी गर्दा के फाइदा हुन्छ ?

(ख) माथिका विषयवस्तुमा छलफल गराउँदा विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

प्रति के.जी. रु. 250 पर्ने स्याउ 4 kg खरिद गर्दा 5% छुट दिइयो भने, स्याउका लागि कति रकम तिर्नुपर्ला ?

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 60 मा दिइएको विद्युत् उपभोक्ता महसुलदर चार्टपेपरमा तयार गरी उक्त चार्टपेपर बोर्डमा टाँस्नुहोस् र निम्न प्रश्नमा आफ्ना समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अर्को समूहका सदस्यहरूलाई प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । धारणा स्पष्ट पार्न शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) चार्टपेपरमा देखाएको महसुलदर तालिकाअनुसार 5 एम्पियर, 15 एम्पियर, 30 एम्पियर, 60 एम्पियर भनेको के हो ?

(ग) सेवा शुल्क र इनर्जी शुल्क भनेको के हो ?

(घ) एम्पियरअनुसार समान खपत भए तापनि शुल्क किन फरक होला ?

(ङ) दिइएको तालिकाअनुसार 15 एम्पियर क्षमताको मिटरमा गत महिना 75 युनिट खपत गर्दा सेवा शुल्क र इनर्जी शुल्क कति कति तिर्नुपर्ला ?

(च) यहाँ तालिकामा देखाइएको उपभोक्ता महसुलदर समय समयमा परिवर्तन हुन्छ कि हुदैन ?

मूल्याङ्कन

(क) दिइएको तालिकाअनुसार 30 एम्पियर क्षमताको मिटरमा गत महिना 185 युनिट विद्युत् खपत भएको पाइयो भने उसले सेवा शुल्क र इनर्जी शुल्कवापत कति रकम बुझाउनुपर्ला ? जस्ता समस्या गर्न लगाई मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

आआफ्नो घरमा भएको गत महिनाको बिजुलीको महसुल तिरेको बिल ल्याउन भन्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विद्युत्को खपतका आधारमा नेपाल विद्युत् प्राधिकरणले निर्धारण गरेको महसुल दरअनुसार विद्युत् महसुलको गणना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विजुलीका बिलहरू, विद्युत् विनियमावलीमा भएको छुट तथा जरिवानासम्बन्धी व्यवस्थाको चार्ट पेपर (पाठ्यपुस्तकको पेज 63)

क्रियाकलाप १

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीमध्ये छात्र र छात्रामध्ये 1/1 जनालाई उठाई विद्युत् महसुल, घरायसी खर्च, अनलाइन माध्यमबाट तिर्ने कुरा, विद्युत् महसुलको इनर्जी शुल्क, सेवा शुल्क जस्ता विषयमा प्रश्न सोधी आएको उत्तर अन्य विद्यार्थीलाई जाँचन लगाउँदै अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीले ल्याएको विद्युत् महसुलको बिल आआफना समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अर्को समूहका सदस्यहरूलाई प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । धारणा स्पष्ट पार्न शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) तपाईंहरूसँग भएका विजुलीको बिल कुन कुन महिनाको रहेछ ? उक्त बिलहरू अनुसार कुन कुन मितिमा मिटर रिडिङ गरिएको रहेछ ?

(आ) तपाईंहरूका घरमा कति कति क्षमताका मिटर जडान गरिएका रहेछन् ?

(इ) तपाईंहरूका घरमा जडान गरिएका मिटरहरूको न्यूनतम महसुल कति कति रहेछन् ? उक्त महसुल दरहरू एउटै छ वा छैन, किन होला ?

(ई) तपाईंहरूसँग भएका बिलहरूमा इनर्जी शुल्क कति कति उठेको रहेछ ?

(उ) न्यूनतम शुल्क र इनर्जी शुल्क भन्नाले के बुझिन्छ ?

(ऊ) के सबै बिलस्वचालित मेसिनबाट दिईएको हो त ? उक्त बिलहरूमा के के विवरण उल्लेख गरिएको छ ?

(ऋ) बिलमा उल्लिखित रकम कसरी हिसाब गरिएको होला ?

मूल्याङ्कन

तपाईंसँग भएको महसुल बिल विद्यार्थीलाई देखाउँदै उनीहरूसँग भएको बिल र देखाइएको बिलमा मिटर रिडिङ गरेको मिति, महसुल उठेको महिना, मिटर क्षमता, महसुलदर न्यूनतम शुल्क, इनर्जी शुल्क कति रहेछ ? प्रश्न सोधी जाँचनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न.62-63 मा भएको विलिङ गर्ने तरिका विद्यार्थीलाई समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमाथी छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दिइएको तालिका अनुसार 5 एम्पियर क्षमता भएको मिटरमा 20 युनिट सम्म खपत गर्ने ग्राहकले न्यूनतम शुल्क कति बुझाउनुपर्ने रहेछ ?

(आ) विद्युत् खपत बलक कसरी निर्धारण गरिएको रहेछ ?

(इ) मानौ कुनै ग्राहकको गत महिना 245 युनिट विजुलि खपत भयो भने उसको शुल्क निर्धारण कसरी गरिन्छ होला ? उक्त तालिकालाई आधारमानी शुल्क निर्धारण गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

(ई) यसै प्रकारले 15,30 र 60 एम्पियरको विलिङ सम्बन्धमा छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) कुनै ग्राहकले 355 युनिट बिल खपत गर्‍यो भने 5 एम्पयर क्षमता भएको मिटरअनुसार कति शुल्क तिर्नुपर्ला ? समाधान गर्न लगाउनुहोस् र जाँचुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 63 मा दिइएको छुट तथा जरिवाना सम्बन्धित व्यवस्था विद्यार्थीलाई समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नमाथि छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) मिटर रिडिङ गरेको कति समयभित्र महसुल बुझाएमा 2% छुट पाइन्छ ?
- (आ) मिटर रिडिङ गरेको 8 देखि 15 औं दिनमा महसुल बुझाएमा छुट पाइन्छ कि पाइँदैन ?
- (इ) कति दिन पछि जरिवाना लाग्ने व्यवस्था छ ?
- (ई) मिटर रिडिङ गरेको 35 औं दिनमा महसुल बुझाएमा कति % जरिवाना लाग्छ ?
- (उ) कति समय सम्म महसुल नबुझाए विद्युत् काटिन सक्छ ?
- (ऊ) पुनः जडान दस्तुर कति लाग्छ ?

मूल्याङ्कन

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 67 को अभ्यास 4.1 को प्रश्न न. 1 समाधान गर्न लगाई जाँचुहोस्?

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- मिटर क्षमताअनुसार खपत गरिएको विद्युत्को महसुल हिसाब गर्न ।
- मिटर रिडिङ गरेको फरक फरक दिनमा महसुल बुझाउदा पाउने छुट तथा लाग्ने जरिवानासम्बन्धी महसुल हिसाब गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

विद्युत् उपभोक्ता महसुल दरअनुसारको तालिका चित्र (पाठ्यपुस्तकको पेज 60 अनुसार)

क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो कक्षामा छलफल गरीएको महसुल बुझाउदा पाउने छुट तथा जरिवानासम्बन्धी प्रश्नहरू गर्दै कक्षा पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) महसुल दरको तालिका कक्षाकोठाको भित्तामा टाँस्नुहोस् (सबैले देख्ने उपयुक्त स्थानमा)

(ख) चार्टपेपर वा शैक्षणिक पाटीमा तल देखाइएजस्तै कक्षा कार्य प्रश्नावली लेखिदिनुहोस् र प्रश्नावलीमा आधारित रहेर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

कक्षा कार्य : मिटर क्षमता : 15 एम्पियर
हालको अङ्क : 3676
साविकको अङ्क : 3521

प्रश्नावली

- (अ) माथि दिइएको जानकारीअनुसार उक्त महिनामा कति विद्युत् खपत भयो होला ? कसरी पत्ता लगाउनेहोला ?
- (आ) खपत गरिएको युनिटलाई महसुल हिसाब गर्दा तालिकामा दिइएको विद्युत् खपत बलकअनुसार छुट्याउनुहोस् ।
- (इ) खपत युनिटअनुसार न्यूनतम शुल्क कति लाग्ला ? तालिका हेरी लेख्नुहोस् ।
- (ई) खपत युनिटलाई टुक्र्याएको बलकअनुसार इनर्जी शुल्कको दर प्रयोग गरी जम्मा इनर्जी शुल्क पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (उ) यदि मिटर रिडिङ गरेको तेस्रो दिनमा महसुल बुझाएमा कति रकम छुट पाउँदछ होला ? छुटपछि कति रकम बुझाउनु पर्छ हिसाब गर्नुहोस् ।
- (ऊ) यदि मिटर रिडिङ गरेको 25 औँ दिनमा महसुल बुझाएमा कति प्रतिशत जरिवाना लाग्छ ? तालिका हेरी जरिवाना दर प्रयोग गरी जरिवानाबाट कति रकम थप्नु पर्ला ? हिसाब गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ए) यदि मिटर रिडिङ गरेको 47 औँ दिनमा महसुल बुझाएमा जम्मा कति रकम बुझाउनुपर्ला? हिसाब गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइए जस्ता समस्या अध्ययन गर्न लगाइ विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । ग्राहकले मिटर रिडिड गरेको तेस्रो दिनमा महसुल बुझाएमा कति रकम छुट पाउँदछ होला, पत्ता लगाउनुहोस् । छुट पछि कति रकम बुझाउनु पर्छ हिसाब गर्नुहोस् ।

मिटर क्षमता: 5 एम्पियर

हालको अङ्क: 5555

साविकको अङ्क: 5107

क्रियाकलाप ३

(क) कक्षालाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । समूहका प्रत्येक सदस्यलाई आफ्नो घरको गत 2 महिनाको महसुल रकम र खपत युनिटअनुसार हिसाब गरि रुजु गर्न लगाउनुहोस् र छलफलसहित चार्ट पेपरमा परियोजना कार्यको प्रतिवेदन तयार गरी आगामी कक्षामा प्रस्तुत गर्न निर्देशन दिनुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- महसुल रकम र खपत युनिटसम्बन्धी प्रतिवेदन तयार गरी प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रतिवेदन नमुना

क्रियाकलाप : १

- (क) अगिल्लो दिन तयार पार्न दिइएको प्रतिवेदन के कसरी तयार भयो भन्ने सम्बन्धमा प्रश्नहरू गरी परियोजना कार्यका सम्बन्धमा पुनरवलोकन गर्नुहोस् । (ख) सबै समूहका सबै सदस्यहरू उक्त कार्यमा संलग्न भए नभएको निश्चित गर्नुहोस् ।
- (ग) पालैपालो तयार पारिएको प्रतिवेदन चार्ट पेपरमा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) प्रत्येक समूहले प्रतिवेदन प्रस्तुतपश्चात् पालैपालो सहजीकरण र पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- खानेपानी बिल अध्ययन गरी बिल जारी गरिएको महिना, पाइपको साइज, खपत युनिट आदि जस्ता जानकारी निकाल्न
- खानेपानीको कार्यालयको निर्धारण गरेको निर्धारित दरअनुसार पाइपको साइजअनुसार खानेपानीको महसुल दर बताउने

शैक्षणिक सामग्री :

खानेपानीको बिल, महसुल दर निर्धारण गरिएको तालिकाको चार्टपेपर (पेज ७० अनुसार)

क्रियाकलाप : १

(क) फरक फरक साइजका पाइप प्रयोग गरिएका खानेपानीको बिलहरू विद्यार्थीको समूह निर्माण गरि वितरण गर्नुहोस् र आफ्ना समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अर्को समूहका सदस्यहरूलाई प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । धारणा स्पष्ट पार्न शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) दिइएको बिल के को हो ?

(आ) तपाईंहरूको घरमा यस्तो बिल आउछ ? वा खानेपानीको बिल आउछ ?

(इ) उक्त बिल कुन महिनाको हो ? बिल कुन महिनामा लेखिएको रहेछ ?

(ई) पाइपको साइज कति रहेछ ?

(उ) बिलमा कति युनिट पानी खपत भएको रहेछ ? एक युनिट भन्नाले कति लिटर पानी भन्ने बुझिन्छ ?

(ऊ) बिलमा जम्मा कति रकम उठेको छ ? बिलमा पुरानो बाकी बक्यौता रकम कति रहेछ ?

(ए) ढल सेवाबापत कति रकम रहेछ ?

(ऐ) बिलमा छुट र जरिवानाबापत कति रकम तिर्नु पर्ने रहेछ ?

छलफलका क्रममा शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी जाँच्नुहोस् ।

(क) एक युनिट बराबर कति लिटर पानी भन्ने बुझिन्छ ?

(ख) कुनै घरमा गत महिना $\frac{1}{2}$ को पाइपमा 15 युनिट पानी खपत भएको भए कति लिटर पानी प्रयोग भएछ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज 70 अनुसार चार्टपेपरमा तयार गरिएको महसुल दर तालिका देखाउँदै निम्न प्रश्नहरूमा प्रश्नोत्तर विधिबाट छलफल गर्नुहोस् । आवश्यकताअनुसार शिक्षकले सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

(अ) काठमाडौँ उपत्यका खानेपानी लिमिटेडको महसुल तालिकाअनुसार कति प्रकारका पाइपका साइज रहेछ ?

(आ) $\frac{1}{2}$ इन्चको पाइपमा न्यूनतम युनिट कति रहेछ ? सोको न्यूनतम शुल्क कति रहेछ ?

(इ) कुनै घरको न्यूनतम उपभोग पानी 3,20,000 लिटर भए उक्त घरमा कति इन्चको पाइप जडान गरिएको रहेछ ? उक्त घरले न्यूनतम शुल्कबापत कति रकम बुझाउनुपर्ला ? न्यूनतम भन्दा बढी पानी प्रयोग भएमा प्रति युनिट कति रकमका दरले महसुल बुझाउनु पर्ला ?

(ई) ढल सेवाबापत कति प्रतिशत रकम थप महसुल कायम हुने छ ?

(उ) मानौ कुनै होटलको एक महिनाको पानीको महसुलबापत रु 25,320 कायम भयो भयो ढल सेवाबापत कति रकम होला? जम्मा महसुल कति आउला? हिसाब गर्नुहोस् ।

(ऊ) दिइएको महसुल दर अनुसार $\frac{3}{4}$ इन्चको पाइप भएको घरमा गत महिना 80 युनिट पानी खपत भयो भने उक्त महिना जम्मा महसुल कति उठ्ला हिसाब गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

कुनै अफिसमा 1 इन्चको पाइप जडान गरिएको छ । उक्त अफिसमा गत माघ मा जम्मा महसुल रु. 7005 उठेछ भने कति युनिट खपत भएछ ? हिसाब गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा बाड्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहका प्रत्येक सदस्यलाई उनीहरूको पछिल्लो 3 महिनाको पानीको बिल सङ्कलन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहमा सङ्कलन गरिएका बिलका आधारमा देहायको नमुनाका आधारमा चाँटपेपरमा प्रतिवेदन तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) प्रतिवेदन तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रतिवेदनको नमुना तालिका

विद्यार्थीको नाम :

पाइपको साइज

महिना	खपत युनिट	जम्मा महसुल	न्यूनतम महसुल	ढल	थप महसुल

छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- महसुल भुक्तानीमा हुने छुट तथा जरिवाना हिसाब गर्न

शैक्षणिक सामग्री

खानेपानी कार्यालयले तोकेबमोजिमको छुट तथा जरिवानासम्बन्धी दर रेटको तालिका (पेज 70 अनुसार)

क्रियाकलाप १

(क) चार्ट पेपरमा तयार गरिएको छुट तथा जरिवानाको तालिका प्रदर्शन गर्नुहोस् । निम्न प्रश्नहरूमा आआफ्ना समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अर्को समूहका सदस्यहरूलाई प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । धारणा स्पष्ट पार्न शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

- (अ) बिल वितरण (काटेको) मितिले दोस्रो महिना भित्र महसुल बुझाएमा कति रकम छुट पाइन्छ ?
- (आ) पाँचौं महिना भरिमा महसुल बुझाएमा जरिवाना लाग्छ, बि लाग्दैन? कति प्रतिशत लाग्छ ?
- (इ) तेस्रो महिना भरिमा महसुल बुझाउँदा छुट वा जरिवाना के छ ?
- (ई) कहिलेसम्म महसुल नबुझाएमा 50 प्रतिशत जरिवानाबापत थप रकम बुझाउनुपर्ला ?

मूल्याङ्कन

राम भजन मण्डलले आफ्नो घरको पानीको महसुल चौथो महिना भरिमा बुझाए भने कति प्रतिशत रकम जरिवाना बापत बुझाउनुपर्ला ?

क्रियाकलाप २

(क) शैक्षणिक पाटीमा देहायबमोजिमको समस्या दिनुहोस् ।

बिल काटेको मिति : २०७९-१०-०५	
पाइप साइज : $\frac{3}{4}$ इन्च	जम्मा खपत युनिट : 125
महसुल बुझाएको मिति : २०७९-१०-२५	

(ख) निम्न प्रश्नहरू भएको वर्कसिट विद्यार्थीको समूह निर्माण गरि वितरण गर्नुहोस् र आआफ्ना समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अर्को समूहका सदस्यहरूलाई प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । धारणा स्पष्ट पार्न शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

- (अ) माथिको तालिकाअनुसार बिल कहिले काटेको रहेछ ?
- (आ) कुन साइजको पाइप प्रयोग भएको रहेछ ?
- (इ) $\frac{3}{4}$ इन्च पाइप साइज भए न्यूनतम युनिट र न्यूनतम शुल्क कति हुन्छ ?
- (उ) $\frac{3}{4}$ इन्च पाइपमा थप शुल्क प्रति युनिट कति छ ? जम्मा थप शुल्क कति होला ?
- (ए) जम्मा शुल्क कति भयो ? हिसाब गर्नुहोस् ।
- (ऐ) जम्मा शुल्कअनुसार ढल सेवाबापत कति रकम लाग्ला ? जम्मा महसुल (पानी+ढल) कति भयो ?
- (ओ) महसुल बुझाएको मिति कुन हो ? महसुल बुझाएको मितिअनुसार कति छुट प्राप्त होला ?
- (औ) जम्मा कति रकम महसुलबापत भुक्तानी गरियो होला ?

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पेज 73 को अभ्यास 4.2 को प्रश्न न.1 समाधान गर्न लगाउनुहोस् र जाँच गर्नुहोस् ।

सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- खानेपानी कार्यालयले तोकेअनुसारको महसुल दरको छुट र जरिवानाको प्रयोग गरी आफ्नो घर वा संस्थाको पानीको महसुल गणना गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

साइनपेन, प्रतिवेदन नमुना

क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो कक्षामा दिएअनुसार विद्यार्थीले चार्ट पेपरमा तयार गरिएको पानीको महसुलसम्बन्धी प्रतिवेदन सबै समूहलाई पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहले प्रस्तुत गरेपश्चात् अन्त्यमा सम्बन्धित प्रतिवेदनअनुसार प्रश्नहरू सोध्नुहोस् र अन्य समूहलाई प्रतिवेदनमा आधारित रहेर प्रश्नहरू सोध्न लगाउनुहोस् ।

(ग) शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.2 को प्रश्न.2 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

आठौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- टेलिफोनको बिल अध्ययन गरी उल्लेख गरिएका विवरणहरूको सूची बनाउन
- नेपाल टेलिकमको विभिन्न सेवाको महसुल दरका आधारमा समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

टेलिफोन बिल टेलिकम सेवाको महसुल दर उल्लेख गरिएको चार्ट पेपर (पाठ्यपुस्तकको पेज 75 अनुसार)

क्रियाकलाप १

(क) टेलिफोनको बिल देखाउँदै निम्न प्रश्न माथि समूहमा छलफल गराउनुहोस् । र प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) दिइएको बिल कुल महिनाको हो ?

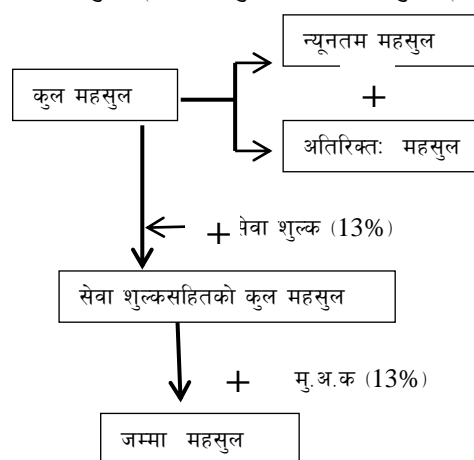
(आ) बिलमा के के विवरण उल्लेख गरिएको छ ?

(इ) बिलमा मूल्य अभिवृद्धि कति रहेछ ?

(ई) VAT बाहेक VAT सहितको रकम कति कति रहेछ ? VAT को दर कति रहेछ ?

(उ) Local Call Tariff अनुसार न्यूनतम कति होला ? र न्यूनतम महसुल कति होला ? न्यूनतम कलभन्दा बढी प्रति कल कति दरले रकम लाग्छ ?

(ए) VAT बापत लिइने रकम कसलाई बुझाइन्छ ? सेवा शुल्कबापत लिइने रकम कसलाई बुझाइन्छ ?



(ख) तलको महसुल हिसाब गर्ने तरिका अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) कुल महसुल=न्यूनतम महसुल+थप महसुल

(आ) सेवा शुल्क=कुल महसुल को 13 प्रतिशत

(इ) मु.अ.क (VAT) =(कुल महसुल+सेवा शुल्क) को 13 प्रतिशत

(ई) जम्मा महसुल=कुल महसुल+सेवा शुल्क+VAT रकम

क्रियाकलाप २

विद्यार्थीलाई नेपाल टेलिकमको सेवाको महसुल दरसम्बन्धी तालिका देखाउँदै निम्नलिखित प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् :

(क) के तपाईंको परिवारको सदस्यले मोबाइल प्रयोग गर्नुहुन्छ ?

(ख) उक्त मोबाइल GSM Prepaid होकि GSM Postpaid कुन हो ?

(ग) GSM Prepaid र GSM Postpaid सेवामा के फरक छ ?

(घ) सेवाको महसुल दरअनुसार Prepaid वा Postpaid मा कुन सस्तो पर्दछ ?

(ङ) दिइएको तालिकाअनुसार नेपाल टेलिकमको नेटवर्कभित्र फोन गर्दा प्रति मिनेट लाग्ने शुल्कमा कति फरक रहेछ ?

(च) GSM Prepaid बाट अन्य नेटवर्क र टेलिकमको नेटवर्कभित्र SMS गर्दा कति कति शुल्क लाग्छ ? कति फरक होला ?

(छ) FNF सेवा भन्नाले के भनिन्छ ?

- (ज) Prepaid र Postpaid सेवामा शुल्क र सङ्ख्यामा के फरक रहेछ ?
(झ) Postpaid सेवामा न्यूनतम शुल्क कति लाग्छ ?
(ञ) Postpaid सेवामा Peak hour र Off Peak hour को शुल्क कति कति रहेछ ?
(ट) Peak Hour र Off Peak hour मध्ये Off peak hour किन सस्तो होला ?

मूल्याङ्कन

- (क) Post Paid सेवामा FNF सेवा कति शुल्क र कति जना सम्मलाई जोड्न मिल्छ ?
(ख) Pre Paid सेवामा Video Call गर्दा प्रतिमिनेट शुल्क कति लाग्छ ?

नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दिइएको जम्मा टेलिफोन कललाई सेवा शुल्क, मूल्य अभिवृद्धि कर र स्वामित्व कर लगाई जम्मा बिल रकम निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

TSC, VAT र OT मा लाग्ने शुल्कसम्बन्धी लेखिएको चार्ट पेपर

क्रियाकलाप १

(क) कर, सेवा शुल्क र स्वामित्व करसम्बन्धी लेखिएको चार्ट पेपर बोर्डमा टाँसी विद्यार्थीलाई समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।

- अ) अगिल्लो दिनमा अध्ययन गरिएको सेवाशुल्क दर मा Prepaid, Post Paid मोबाइल मा र ल्यान्डलाइन टेलिफोनबिलमा के कति निर्धारण गरिएको थियो ? प्रश्नहरू सोधी कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।
- आ) उक्त निर्धारण गरिएको शुल्कमा कर समावेश गरिएको छ वा छैन होला ?
- इ) हामिले प्रयोग गर्ने मोबाइलमा रिचार्ज गर्दा प्राप्त हुने ब्यालेन्स रकममा कर लागेको हुन्छ कि हुदैन होला ?
- ई) टेलिकमको नियम अनुसार टेलिकम सेवाशुल्क (TSCD) मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) र स्वामित्व कर (OT) कति कति प्रतिशतका दरले लाग्दछ होला ?
- उ) सोही प्रकारको शुल्क लिदा क्रमशः कुन कुन शीर्षक अनुसार लिइन्छ होला ?
- ऊ) नेपाल टेलिकमको अन्य जानकारी, सूचना र सेवा अफरसम्बन्धी जानकारी लिने नेपाल दूरसंचार संस्थानको Website के हो ?

मूल्याङ्कन

- क) टेलिकमले स्वामित्व करबापत कति प्रतिशत रकम लिने गर्दछ ?
- ख) मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) बाट उपभोक्ताले कति प्रतिशत रकम बुझाउनुपर्ला ?

क्रियाकलाप २

(क) तल दिइएको जस्तो प्रश्न विद्यार्थीको समूहमा वितरण गर्नुहोस् । प्रश्नमा आधारित भई निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न: ग्याल्पो लामाले गत महिना 375 कल टेलिफोन गर्नु भएछ ।

- अ) टेलिफोनको प्रति महिना न्यूनतम कल कति हो ?
- आ) न्यूनतम कलबापत न्यूनतम शुल्क कति निर्धारण गरिएको छ ?
- इ) ग्याल्पो लामाको जम्मा टेलिफोन कलमध्ये अतिरिक्त कल कति होला ? अतिरिक्त कलबापत प्रति कल कति रुपियाँका दरले थप महसुल लाग्छ ?
- ई) सोहीअनुसार निजले थप कलबापत कति महसुल बुझाउनुपर्ला ?
- उ) न्यूनतम शुल्क र अतिरिक्त शुल्क गरी कुल महसुल कति भयो ?
- ऊ) कुल महसुलमा सेवाशुल्कबापत 13 प्रतिशत रकम बुझाउँदा कति रकम थप्नु पर्ला ?
- ए) सेवा शुल्क र कुल महसुल गरी सेवाशुल्कसहित कति रकम निस्कियो ?
- ऐ) सेवा शुल्कसहितको रकममा कति प्रतिशत भ्याट लाग्छ ? भ्याटबापत कति रकम थप्नुपर्ला ?
- ओ) ग्याल्पो लामाले कुल महसुल, सेवाशुल्क र भ्याटसहित जम्मा कति महसुल बुझाउनुपर्ला ?

मूल्याङ्कन

- (क) माथिका समस्यामा छलफल गरेअनुसार समाधान गरे नगरेको जाँच गर्नुहोस् ।
(ख) पाठपुस्तकको पेज 79 को अभ्यास 4.3 को प्रश्न न. 1 समाधान गर्न लगाई जाँचनुहोस् ।

दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- टेलिफोन कलसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न
- टेलिफोन र मोबाइल फोन (प्रपेड र पोस्टपेड) को जम्मा कलका आधारमा सेवाशुल्क, मु.अ.कर स्वामित्व करसहित जम्मा महसुल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपरमा लेखिएका नमुना प्रश्न

क्रियाकलाप १

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीसँग टेलिफोनको महसुल निकाल्दा लाग्ने सेवा शुल्क र भ्याट दर कति कति छ ? आदि प्रश्न प्रश्नहरू गरी पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) तल दिइए जस्तै समस्या समाधान समूहमा छलफल गराउँदै समाधान गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै : गङ्गाराम चौधरीले नेपाल टेलिकमको जि.एस.एम पोस्टपेड मोबाइल प्रयोग गर्नुहुन्छ । उहाँको गत महिना रु. 500 को रिचार्ज सकियो । Peak Hour मा मात्रै On Net Call गर्नु भएको भए जम्मा कति कल गर्नुभयो होला ?

(अ) गङ्गा रामले खर्च गरेको रिचार्जमा कुन कुन कर समावेस गरिएको हुन्छ ? उक्त करहरूमध्ये अन्तिममा कुन कर लगाइएको हुन्छ ?

(आ) स्वामित्व (OT) लगाउनुभन्दा पहिला कति रकम होला ? उक्त रकममा कति प्रतिशत कर भ्याट लगाइएको छ ?

(इ) करबाहेकको रकम कति आयो ? उक्त रकममा कस्तो प्रकारको शुल्क लगाइएको छ ?

(ई) सेवा शुल्क हेक कति रकम हुन्छ ? कल पत्ता लगाउन कुन रकम थाहा हुनुपर्छ ?

(उ) पोस्टपेडको Peak Hour मात्रै On net Call गर्नु भएको भए कल दर कति हुन्छ ?

(ऊ) उक्त कल दरअनुसार जम्मा कति कल गर्न मिल्थ्यो होला ?

(ए) यदि गङ्गारामले Off Net Call गरेको भए कति कल गर्न मिल्थ्यो होला ?

(ऐ) यदि गङ्गारामले 15 ओटा SMS नेपाल टेलिकमको नेटवर्कमा गरेको भए Off Peak Hour मा On Net Call गर्दा कति कल गर्ने मिल्थ्यो पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ओ) शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

माथिको प्रश्नमा छलफल गरिएअनुसार विद्यार्थीले समस्या समाधान गरे नगरेको निश्चित गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई देहायबमोजिमका प्रश्नमा आधारित रहेर परियोजना कार्य पछिल्लो दिन कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्ने गरी चार्ट पेपरमा तयार गरेर ल्याउनु लगाउनुहोस् ।

(अ) सबैले आफ्नो घरमा प्रयोग गरिने मोबाइलमा Pre Paid वा Post Paid प्रयोगका आधारमा जम्मा कति रकम रिचार्जबापत खर्च हुन्छ अनुमान गर्न लगाउनुहोस् ? (परिवारका सबै सदस्यको)

(आ) उक्त रकममा OT, VAT, TSC बाहेक कति रकम हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि उक्त रकममा On net Work Call गरेको भए कति कल गर्न मिल्थ्यो ?

(ई) यदि उक्त रकममा Off Network Call गरेको भए कति कल गर्न मिल्थ्यो ?

एघारौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- मोबाइलमा GSM-Post Paid, Pre Paid वा Post Paid मोबाइल सेवाअन्तर्गत दिइएको कल वा समयका आधारमा सेवा शुल्क, Rental charge, VAT र स्वामित्व कर समेत गणना गरी जम्म बिल रकम निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर, साइनपेन, ज्यामिति बक्स

क्रियाकलाप १

- (क) अगिल्लो दिनको छलफलमा के गर्न भनिएको थियो प्रश्न गर्दै कक्षा सुरु गर्नुहोस् ।
(ख) सबै विद्यार्थीहरूलाई पालैपालो आफ्नो कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
(जस्तै मुख्य विषयहरू

१ कुन मोबाइल प्रयोग गर्ने (Post Paid, Prepaid)

२. जम्मा रिचार्ज खर्च ?

३. जम्मा कल ?

(ग) बिच बिचमा चार्टपेपरमा तयार गरेको कार्यसम्बन्धी प्रश्नहरू सोध्नुहोस् ।

(जस्तै: Offnet Call र On Net Call मध्ये कुन सस्तो पन्यो ?)

मूल्याङ्कन

निम्न प्रकृतिका प्रश्न सोध्नुहोस् ।

(क) Post Paid र Pre Paid सेवा मध्ये कुन सेवा सस्तो पन्यो ?

(ख) अभ्यास 4.3 को प्र.न 4 र 5 गर्न लगाई जाँच्नुहोस् ।

बाह्रौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ट्याक्सी प्रयोग गर्दा लाग्ने भाडादर बताउन

शैक्षणिक सामग्री

ट्याक्सीको भाडादरसम्बन्धी उल्लेख गरिएको तयारी चार्ट पेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अन्य समूहसँग यकिनका लागि प्रश्न गर्नुहोस् ।

- (अ) के तपाईंले यात्रा गर्दा ट्याक्सीको प्रयोग गर्नु भएको छ ?
- (आ) तपाईं बस्ने स्थानमा ट्याक्सीको प्रयोग के कति हुन्छ वा हुँदैन ?
- (इ) तपाईंले ट्याक्सीको भाडा दरसम्बन्धी लेखिएको सूचना पार्टी कतै देख्नुभएको छ ?
- (ई) ट्याक्सीको भाडा तिर्दा मिटर जडान गरिएको वा मिटर जडान नगरिएको मध्ये कुन उपयुक्त होला ?
- (उ) ट्याक्सी प्रयोग गर्दा जथाभावी भाडा लिएमा कहाँ गुनासो गर्ने होला ?
- (ऊ) ट्याक्सीको भाडा दर सधैंभरि एकै खालको हुन्छ वा हुँदैन ?
- (ए) के आधारमा ट्याक्सीको भाडा दर परिवर्तन हुन्छ होला ?

(ख) विद्यार्थीले प्रस्तुतीकरण सँगसँगै मूल्याङ्कन गर्नुहोस् र आवश्यकतानुसार पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई ट्याक्सीको भाडादरसम्बन्धी लेखिएको चार्टपेपर देखाउँदै (पेज ८१ अनुसार) निम्न प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अन्य समूहसँग यकिनका लागि प्रश्न गर्नुहोस् ।

- (क) ट्याक्सीको भाडा दरमा दिउसो र रातीको भाडादरमा किन फरक होला ?
- (ख) कति बजे देखि कति बजे सम्म दिन र रातको भनी छुट्याइएको छ ?
- (ग) दिउसो समय र रातीको समयमा ट्याक्सी प्रयोग गर्दा कुन महँगो पर्दछ ?
- (घ) ट्याक्सी प्रयोग गर्दा सुरुमा कति शुल्क लाग्ने रहेछ ?
- (ङ) ट्याक्सी प्रयोग गर्दा सुरुको दर र सुरुको १ कि.मि को भाडा दर एउटै हो वा होइन तर्क दिनुहोस् ।
- (च) राती ९ बजे पछि बिहान ७ बजेसम्म ट्याक्सी प्रयोग गर्दा सुरुको १ कि.मि. को भाडा कति लाग्दो रहेछ ?
- (छ) ट्याक्सी प्रयोग गर्दा दिउसोको समयमा सुरुको १ कि.मि. पछि प्रति किलो मिटर थप कतिका दरले भाडा लाग्छ
- (ज) के ट्याक्सीलाई पर्खाउँदा पनि शुल्क तिर्नुपर्छ ? पर्छ भने कसरी शुल्क निर्धारण गरिएको हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

सुन्तली तामाडले मामाघर जान दिउसो २ बजे ट्याक्सी बोलाइन् र आफू तयार हुन्जेल १० मिनेट ट्याक्सी पर्खाइन् भने पर्खाएवापत कति भाडा तिर्नुपर्ला, जाँच्नुहोस् ।

तेरौ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- यात्रा गरेको दुरीअनुसार रात्रिकालीन र दिवाकालीन ट्याक्सी भाडा हिसाब गर्न

शैक्षणिक सामग्री

भाडा दर लेखिएको चार्टपेपर ट्याक्सी यात्राको सङ्क्षिप्त विवरण लेखिएका वर्कसिट

क्रियाकलाप १

(क) ट्याक्सीको भाडा दर लेखिएको चार्ट पेपर देखाउँदै सुरु भाडा दर प्रति 200 मि भाडादर पर्खाइएको शुल्क कति कति रहेछ ? केही विद्यार्थीलाई प्रश्न सोधी अगिल्लो दिनको कक्षाको पुनरलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) तल देखाइएको जस्तै वर्कसिट विद्यार्थीको समूहमा वितरण गर्नुहोस् र छलफल गराउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र अन्य समूहसँग यकिनका लागि प्रश्न गर्नुहोस् ।

समय : बिहान 9 बजे

यात्रा गरेको दुरी : कोटेश्वरदेखि धुलिखेल 25 कि.मि.

ट्याक्सी पर्खाइएको समय : 14 मिनेट

(अ) यहाँ Meta card मा देखाएअनुसार ट्याक्सीको मिटरमा दिवा समय वा रात्रिकालीन समयअनुसार शुल्क निर्धारण होला ?

(आ) ट्याक्सीमा जम्मा कति कि.मि. यात्रा गरेको रहेछ ?

(इ) ट्याक्सीको सुरुको दर कति हो ? भाडा दर लेखिएको चार्टअनुसार सुरुको 1 कि.मि. को भाडा कति होला ? थप प्रतिकिमिको भाडादर कति होला ?

(ई) सुरुको 1 कि.मि.बाहेक थप कति कि.मि. यात्रा गरिएका छ ?

(ऊ) बाकी 23 कि.मि. को प्रति कि.मि रु 39 का दरले कति शुल्क हुन आउछ ?

(ऋ) ट्याक्सी जम्मा कति मिनेट पर्खाएको हो ? पर्खाउँदाको भाडा दर कति छ ? सोही दरअनुसार ट्याक्सी पर्खाएवापत कति शुल्क लाग्छ ?

(ए) अब जम्मा शुल्क (सुरुको 1 कि.मि + थप 23 कि.मि. + पर्खाएको शुल्क) कति हुन्छ ?

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.4 को प्रश्न 2 गर्न लगाई जाँच्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा देहाय जस्तो प्रकृतिको कक्षा कार्य दिनुहोस् र सोही आधारमा निम्नानुसार प्रश्नहरू छलफल गराउँदै समस्या समाधान गराउनुहोस् ।

समस्या : काजी शेर्पाले राती 10 बजे घरबाट विमानस्थल जानका लागि ट्याक्सी बोलाएर 12 मिनेट पर्खाएर विमानस्थल पुगेपछि जम्मा भाडा रु 968 रकम दिए भने काजी शेर्पाले कति कि.मि. यात्रा गरेछन् ?

(अ) ट्याक्सीको सुरुको भाडा दर कति हो ?

(आ) सुरुको भाडा र पर्खाएवापत जम्मा रकम कति हुन्छ ?

(इ) यात्रा गरेको मात्रै भाडा कति हुन्छ ?

(ई) प्रति कि.मि. भाडा दर कति छ ?

(उ) यात्रा गरेको दुरी कसरी निकाल्ने होला ?

(ऊ) जम्मा कति दुरी यात्रा गरेछन् निकाल्नुहोस् ?

मूल्याङ्कन

अभ्यास 4.4 को प्रश्न न. 5 गर्न लगाई जाँचुहोस् ।

पाठ : ५

क्षेत्रफल

परिचय :

कुनै पनि वस्तुले ओगटेको भागलाई क्षेत्रफल भनिन्छ । यस पाठमा विभिन्न ज्यामितीय वस्तुहरू समतल सतहमा राख्न तिनीहरूले ओगट्ने दुई आयामिक भागसम्बन्धी प्रश्नहरूको समाधान गर्ने कार्य गर्ने छौं । यस क्रममा नेपाल तथा विश्वमा प्रचलित विभिन्न क्षेत्रफलका नापहरूका विषयमा जानकारी हासिल गर्नुका साथै ती एकाइहरूविच रूपान्तरणको काम पनि गर्ने छौं । विशेषतः त्रिभुजाकार तथा चतुर्भुजाकार ज्यामितीय आकृतिहरूसँग सम्बन्धित विभिन्न व्यवहारिक गणितीय समस्याहरू पनि समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) क्षेत्रफलको अवधारणा विकास गर्न

(ख) त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार एवम् अन्य ज्यामितीय आकृतिका क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	त्रिभुजहरूका प्रकार र तिनीहरूको क्षेत्रफल तथा विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल	1	
2.	विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल	1	
3.	त्रिभुज र चतुर्भुजहरूसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू	2	
4.	आयताकार एवम् घनाकार वस्तुहरूको विभिन्न भागहरूको क्षेत्रफल	1	
5.	कोठाको भुईँ, सिलिड तथा चार भित्ताको क्षेत्रफल	2	
6.	कार्पेटिड र रङरोगनसम्बन्धी लागत खर्च निकाल्ने समस्या समाधान	2	
7.	ठोस वस्तुको निर्माण गरी त्यसको सतहको क्षेत्रफल	1	
8.	नेपालमा प्रचलित जग्गा जमिनको नाप प्रणाली र यसको रूपान्तरण, विभिन्न आकारको जग्गाको क्षेत्रफल	3	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $(A) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ प्रतिपादन (Derive) गर्न जहाँ a, b र c ले त्रिभुजका भुजाहरूको लम्बाइ र s ले त्रिभुजको अर्धपरिमिति जनाउँदछ ।

शैक्षणिक सामग्री

- लम्बाइ नाप्ने रुलर, चार्टपेपरहरू, ग्राफपेपर, पारदर्शी पेपरहरू

क्रियाकलाप १

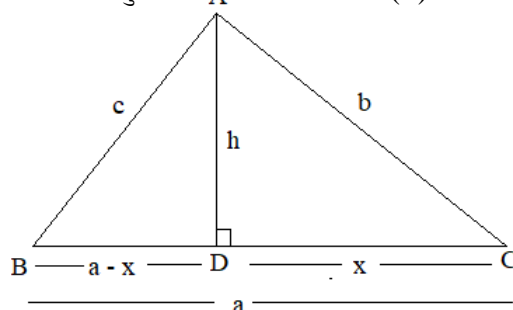
(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच केही समय पाइथागोरस साध्यको छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीबिच केही समय त्रिभुजको परिमिति र अर्ध परिमिति पत्ता लगाउने विधिबारे छलफल गराउनुहोस् ।

चित्रमा देखाएजस्तै एउटा त्रिभुज दिई उक्त त्रिभुज अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र छलफल गरी उक्त विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र निकाल्न लगाउनुहोस् । कुनै एक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र प्रत्येक चरणमा अन्य समूहसँग यकिनका लागि प्रश्न गर्नुहोस् ।

मानौं, त्रिभुज ABC छ, जसमा भुजा $BC = a$ एकाइ, $CA = b$ एकाइ र $AB = c$ एकाइ छ । शीर्षबिन्दु A बाट आधार भुजा BC मा $AD \perp BC$ खिचिएको छ । आधार भुजा BC मा DC को नापलाई x एकाइ मान्दा $BD = (a - x)$ एकाइ हुन्छ । त्रिभुज ABC को उचाइ $AD = h$ मानौं । अब त्रिभुज ABC को परिमिति $(P) = a + b + c$ र यसको अर्ध परिमिति $(s) = \frac{a+b+c}{2}$ हुन्छ ।



यहाँ समकोण त्रिभुज ADB मा

$$AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow h^2 + (a-x)^2 = c^2$$

$$\Rightarrow h^2 = c^2 - (a-x)^2 \dots\dots\dots (i)$$

फेरि समकोण त्रिभुज ADC मा

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow h^2 + x^2 = b^2$$

$$\Rightarrow h^2 = b^2 - x^2 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) र (ii) बाट

$$c^2 - (a-x)^2 = b^2 - x^2$$

$$\Rightarrow c^2 = b^2 - x^2 + (a-x)^2$$

$$\Rightarrow c^2 = b^2 - x^2 + a^2 - 2ax + x^2$$

$$\Rightarrow c^2 = b^2 + a^2 - 2ax$$

$$\Rightarrow 2ax = b^2 + a^2 - c^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2a} \dots\dots\dots \text{(iii)}$$

अब x को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$h^2 = b^2 - \left(\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2a} \right)^2$$

$$\Rightarrow h^2 = b^2 - \frac{(b^2 + a^2 - c^2)^2}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{4a^2b^2 - (b^2 + a^2 - c^2)^2}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{(2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{(2ab + a^2 + b^2 - c^2)(2ab - a^2 - b^2 + c^2)}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{[(a+b)^2 - c^2][c^2 - (a-b)^2]}{4a^2}$$

$$\text{अथवा } h^2 = \frac{(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)}{4a^2} \dots\dots\dots \text{(iv)}$$

$$\text{माथिबाट } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\Rightarrow a+b+c = 2s \dots\dots\dots \text{(v)}$$

$$\Rightarrow a+b = 2s - c$$

दुवैतिर c घटाउँदा,

$$\Rightarrow a+b-c = 2s - c - c$$

$$\Rightarrow a+b-c = 2s - 2c = 2(s-c)$$

$$\therefore a+b-c = 2(s-c) \dots\dots\dots \text{(vi)}$$

$$\text{त्यसै गरी } a+c-b = 2s - 2b = 2(s-b) \dots\dots\dots \text{(vii)}$$

$$b+c-a = 2s - 2a = 2(s-a) \dots\dots\dots \text{(viii)}$$

समीकरण (iv), (v), (vi), (vii) र (viii) बाट

$$h^2 = \frac{2s \times 2(s-c) \times 2(s-b) \times 2(s-a)}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{16s(s-a)(s-b)(s-c)}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{a}$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\ &= \frac{1}{2} \times a \times \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{a} \\ &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \end{aligned}$$

□ त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ वर्ग एकाइ

यस गणितीय सम्बन्धलाई Heron's Formula भनिन्छ ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्नहरू सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) यदि कुनै त्रिभुजका तीन भुजाहरूका नाप क्रमशः x , y र z भए उक्त त्रिभुजको परिमिति र अर्धपरिमिति कति हुन्छन् ?

(ख) कुनै एउटा त्रिभुजका तीनओटै भुजाहरूको नाप a cm भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्न
- विभिन्न त्रिभुजहरूका परिमिति र भुजाहरूको सहायताले तिनीहरूको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

लम्बाइ नाप्ने रुलर, चार्टपेपरहरू, ग्राफपेपर, पारदर्शी पेपरहरू

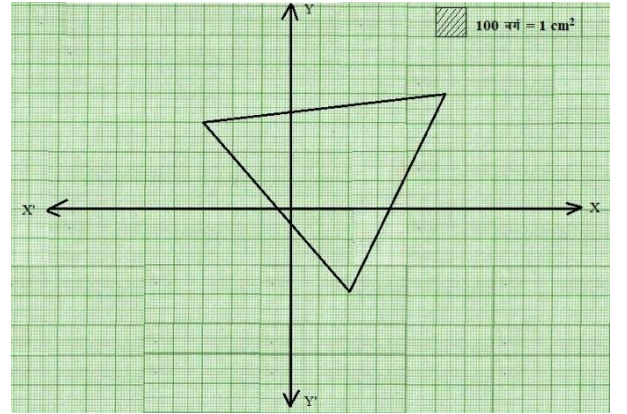
क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई प्रत्येकलाई एक एकओटा ग्राफ र पारदर्शी पेपर बाँडनुहोस् ।

(ख) हरेक विद्यार्थीलाई रुलर र पेन्सिलको मदतले आफूलाई इच्छा लागेको नापअनुसारको त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब बनाइएको त्रिभुजलाई ध्यानपूर्वक कैंचीले काट्न लगाउनुहोस् ।

(घ) काटिएको त्रिभुजलाई ग्राफ पेपरमा राम्ररी टाँस्न लगाउनुहोस् ।



(ङ) ध्यानपूर्वक उक्त त्रिभुजले ग्राफ पेपरमा ओगटेको ससाना वर्गहरू गणना गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) ग्राफमा ससाना 100 वर्गहरू बराबर 1 वर्ग से.मि. हुने भएकाले सोही सम्बन्धअनुरूप त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

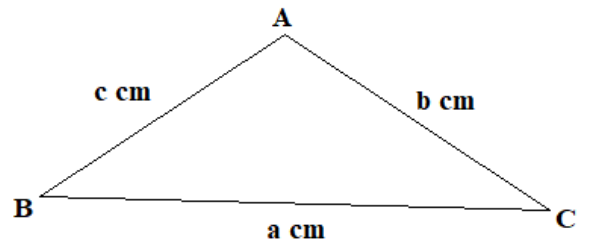
के त्रिभुजलाई ग्राफको फरक फरक ठाउँमा राख्दा पनि उत्तिनै क्षेत्रफलको नाप प्राप्त हुन्छ ।

क्रियाकलाप २

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई आफूले अगिल्लो क्रियाकलापमा तयार गरेको त्रिभुजका भुजाहरूको नाप राम्ररी लिई टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच केही समय कसरी अर्को तरिकाले उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्न सकिन्छ भन्नेबारे समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीबिच हेरोन सूत्रबारे केही समय छलफल गर्नुहोस् ।



$$\therefore \Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

जहाँ, अर्धपरिमीति (s) = $\frac{a + b + c}{2}$

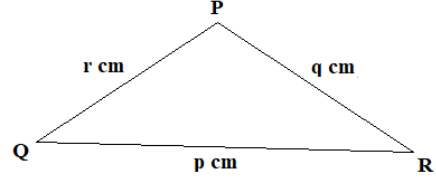
(घ) विद्यार्थीलाई उक्त सूत्रको प्रयोग गरिकन आफूले तयार गरेको त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) पहिलो क्रियाकलाप र दोस्रो क्रियाकलापबाट प्राप्त क्षेत्रफलहरूमा के कति फरक मान प्राप्त भयो समूहमा छलफलसहित प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र यदि फरक आएमा किन आयो होला छलफल गरी निष्कर्षमा पुग्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका समस्या दिइ मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) दिइएको त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।



(ख) उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? वर्ग मिटरमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 94 को अभ्यास 5.1 को प्रश्न न. 1 देखि 2 सम्मका प्रश्नहरूको उत्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल निकाल्न
- त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

- लम्बाइ नाप्ने रूलर, चार्टपेपरहरू, ग्राफपेपर, पारदर्शी पेपरहरू

क्रियाकलाप १

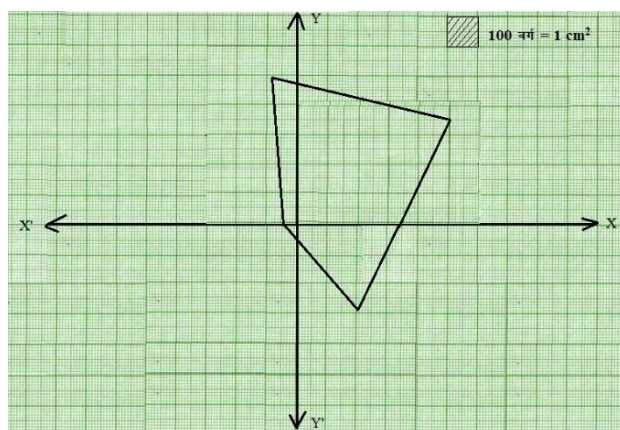
(क) विद्यार्थीलाई प्रत्येकलाई एक एकओटा ग्राफ र पारदर्शी पेपर बाँड्नुहोस् ।

(ख) हरेक विद्यार्थीलाई रूलर र पेन्सिलको मदतले आफूलाई इच्छा लागेको नापअनुसारको चतुर्भुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब बनाइएको चतुर्भुजलाई ध्यानपूर्वक कैँचीले काट्न लगाउनुहोस् ।

(घ) काटिएको चतुर्भुजलाई ग्राफ पेपरमा राम्ररी टाँस्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) ध्यानपूर्वक उक्त चतुर्भुजले ग्राफ पेपरमा ओगटेको ससाना वर्गहरू गणना गर्न लगाउनुहोस् ।



(च) ग्राफमा ससाना 100 वर्गहरू बराबर 1 वर्ग से.मि. हुने भएकाले सोही सम्बन्धानुरूप चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई आफूले अगिल्लो क्रियाकलापमा तयार गरेको चतुर्भुजका भुजाहरूको नाप राम्ररी लिई टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच केही समय कसरी अर्को तरिकाले उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न सकिन्छ सोबारे समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) तयार गरिएको चतुर्भुजमा विकर्णको रचना गर्न लगाउनुहोस् र उक्त विकर्णको नाप टिपोट गराउनुहोस् ।

(घ) यसरी विकर्णको रचनापछि चतुर्भुज कस्ता ज्यामिति आकृतिहरूमा विभाजन भए एकछिन विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् ।

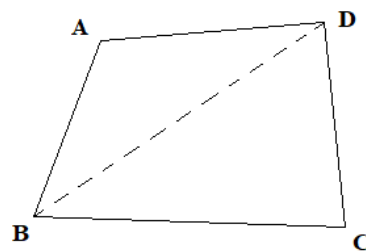
(ङ) जब चतुर्भुजमा विकर्णको रचना गरियो तब उक्त चतुर्भुज दुई त्रिभुजहरूमा विभाजन भयो । अब तयार भएका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल छुट्टाछुट्टै निकाल्न लगाउनुहोस् र अन्त्यमा क्षेत्रफलहरूको मान जोडि पूरा चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$\therefore \Delta ABD \text{ को क्षेत्रफल } (A_1) = \dots\dots\dots$$

$$\therefore \Delta BCD \text{ को क्षेत्रफल } (A_2) = \dots\dots\dots$$

∴ चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल (A) = $A_1 + A_2$..

(च) पहिलो क्रियाकलाप र दोस्रो क्रियाकलापबाट प्राप्त क्षेत्रफलहरूमा के कति फरक मान प्राप्त भयो कक्षामा छलफल गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



मूल्याङ्कन

तलका जस्तै प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) के चतुर्भुजमा जुनसुकै विकर्ण रचना गर्दा पनि यसको क्षेत्रफल त्यति नै हुन्छ ?

(ख) कुनै एउटा जमिन पञ्चभुजाकार छ भने उक्त जग्गाको क्षेत्रफल कसरी निकाल्न सकिन्छ होला ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 95 को प्रश्न न. 3 देखि 11 सम्ममा प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको घर वा विद्यालय वरपर रहेका घडेरीका लागि छुट्ट्याइएको जग्गाको किनाराहरूको वास्तविक नाप लिएर कापीमा खाका तयार गर्न लगाउनुहोस् । त्रिभुजाकार टुक्राहरू बनाउन आवश्यक किनाराहरूको पनि वास्तविक नापहरू लिन लगाउनुहोस् । अब उक्त घडेरीको क्षेत्रफल निकाली कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- आयताकार एवम् घनाकार वस्तुहरूको विभिन्न भागहरूको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न नापका आयताकार एवम् घनाकार वस्तुहरू, लम्बाइ नाप्ने फित्ता टेप

क्रियाकलाप १

- विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- प्रत्येक समूहलाई विद्यालयमा भएका फरक फरक नापका कक्षाकोठा वा अन्य कोठा गरी कुनै एक ठाउँको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।
- प्रत्येक समूहलाई आफूले अवलोकन गरेको कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ पहिचान र निर्धारण गर्न लगाउनुहोस् ।
- कोठाको भुइँ, सिलिङ् र चार भित्ता कुन कुन हो अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।
- कोठामा देखिएका ती सतहहरूमा के कस्ता सम्बन्ध छन् केही समय छलफल गराउनुहोस् ।
- प्रत्येक सतहको नाप लिई छुट्टाछुट्टै क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

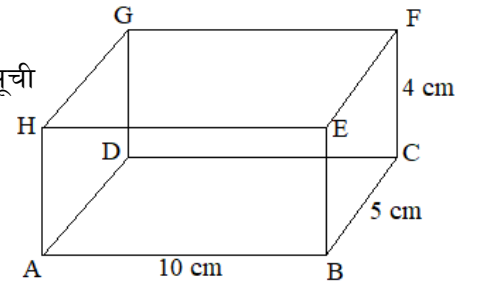
के कोठाका क्षेत्रफलहरूमा केही समानता पाउन सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

- विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा आयताकार वस्तुहरू बाँड्नुहोस् ।
- अब प्रत्येक समूहलाई प्राप्त भएका वस्तुका आधारमा तलका प्रश्नहरू छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको वस्तुमा कतिओटा समतलीय सतहहरू छन् ?
 - समतलीय सतहहरूको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ र ती क्षेत्रफलहरूबिच कुन कुन सतहको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ, अवलोकन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- दिइएको आयताकार वस्तुको बराबर क्षेत्रफल हुने समतल सतहहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।
- यसको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई विद्यालयमा भएका कुनै एकओटा कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइको नापअनुसारको कोठाको नमुना तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

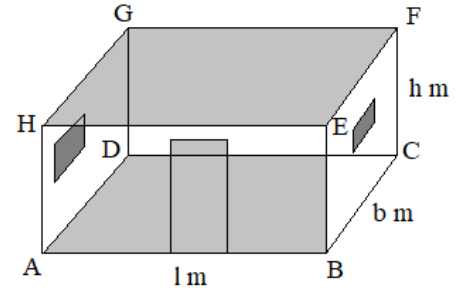
(ग) नापअनुसार समूहमा छलफल गरी उक्त कोठाको चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनु लगाउनुहोस् ।

यहाँ

$$\text{कोठाको लम्बाइ (AB) = } l \text{ m}$$

$$\text{कोठाको चौडाइ (BC) = } b \text{ m}$$

$$\text{कोठाको उचाइ (FC) = } h \text{ m}$$



जसअनुसार उक्त कोठाको भुईँको क्षेत्रफल (A_1) = $AB \times BC = l \times b$

भुईँको क्षेत्रफल बराबर सिलिङको क्षेत्रफल हुने भएकाले

सिलिङको क्षेत्रफल (A_2) = $AB \times BC = l \times b$

चार भित्तामध्ये लम्बाइतिरका दुई भित्ताको क्षेत्रफल (A_3) = $2(AB \times BE) = 2(l \times h)$

चार भित्तामध्ये चौडाइतिरका दुई भित्ताको क्षेत्रफल (A_4) = $2(BC \times CF) = 2(b \times h)$

त्यसैले चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल) = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$$= lb + lb + 2lh + 2bh$$

$$= 2lb + 2lh + 2bh$$

$$= 2(lb + lh + bh)$$

मूल्याङ्कन

१. यदि एउटा आयताकार कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइहरू क्रमशः a, b र c छ ।

(क) चार भित्ताको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(ख) चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) यदि उक्त कोठा घनाकार हुने हो भने यस्ता कोठाहरूका सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ, होला ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 104 को अभ्यास 5.2 को प्रश्न न. 1 देखि 4 सम्ममा प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कोठाको भ्याल र ढोकाबाहेकको चार भित्ताको, भुईँ, सिलिङको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेख्नका लागि ससाना चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

(अ) एउटा कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ क्रमशः 10 मि., 8 मि. र 3 मि. छ । सो कोठामा उचाइ 2 मि. र चौडाइ 1 मि. भएको एउटा ढोका छ, त्यसैगरी उक्त, कोठामा बराबर र उही आकारका दुईओटा भ्याल छन्, जसको लम्बाइ 1 मि. र चौडाइ 0.5 मि. छ । यहाँ ढोका र भ्यालबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? समूहमा छलफल गरी उत्तर लेख्नुहोस् ।

उत्तर,

यहाँ,

$$\begin{aligned}\text{एउटा ढोका र दुईओटा भ्यालसहितको चार भित्ताको क्षेत्रफल } (A_1) &= 2h(l + b) \\ &= 2 \times 3 (10 + 8) \\ &= 6 \times 18 \\ &= 108 m^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{एउटा ढोकाको क्षेत्रफल } (A_2) &= 2 \times 1 \\ &= 2 m^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दुईओटा बराबर नापका भ्यालका क्षेत्रफल } (A_3) &= 2(1 \times 0.5) \\ &= 1 m^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अब, ढोका र भ्यालबाहेकको चार भित्ताको क्षेत्रफल} &= A_1 - A_2 - A_3 \\ &= (108 - 2 - 1) \\ &= 105 m^2\end{aligned}$$

(आ) एउटा कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ क्रमशः 15 फिट, 10 फिट र 9 फिट छ । उक्त कोठामा ३ फिट किनारा भएका दुईओटा वर्गाकार भ्याल छन् र एउटा 6 फिट \times 3 फिट को ढोका छ । यहाँ ढोका र भ्यालबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? समूहमा छलफल गरी उत्तर लेख्नुहोस् ।

उत्तर,

यहाँ,

$$\begin{aligned}\text{एउटा ढोका र दुईओटा भ्यालसहितको चार भित्ताको क्षेत्रफल (A}_1\text{)} &= 2h(l + b) \\ &= 2 \times 9 (15 + 10) \\ &= 18 \times 25 \\ &= 450 \text{ sq. ft.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{एउटा ढोकाको क्षेत्रफल (A}_2\text{)} &= 6 \times 3 \\ &= 18 \text{ sq. ft.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दुईओटा बराबर नापका भ्यालका क्षेत्रफल (A}_3\text{)} &= 2 (3)^2 \\ &= 18 \text{ sq. ft.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अब, ढोका र भ्यालबाहेकको चार भित्ताको क्षेत्रफल} &= A_1 - A_2 - A_3 \\ &= (450 - 18 - 18) \\ &= 414 \text{ sq. ft.}\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

1. एउटा घनाकार कोठाको लम्बाइ 10 मि. छ। उक्त कोठामा 3 मि. 10 से.मि. लम्बाइ किनारा भएका दुईओटा वर्गाकार भ्याल छन् र एउटा 6 मि. × 2 मि. 5 से.मि. को ढोका छ। यहाँ ढोका र भ्यालबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 104 को अभ्यास 5.2 को प्रश्न न. 5 देखि 10 सम्मका सम्पूर्ण प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस्।

परियोजना कार्य

तपाईंको सुत्ने कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइको नाप लिनुहोस्। उक्त कोठाको भ्याल र ढोकाको लम्बाइ र चौडाइको नाप पनि लिनुहोस्। अब तलका प्रश्नहरूअनुसार क्षेत्रफलहरू पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

(क) भ्याल र ढोकाको छुट्टाछुट्टै क्षेत्रफल

(ख) भ्याल र ढोकासहित चार भित्ताको क्षेत्रफल

(ग) भ्याल र ढोकाबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल

(घ) भ्याल र ढोकासहितको चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल

(ङ) भ्याल र ढोकाबाहेक चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल

(च) तपाईंको त्यो सुत्ने कोठाको लम्बाइ र चौडाइको नापलाई 25 % ले बढाउँदा बन्ने कोठाको चार भित्ता, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल पहिलाको कोठाकोभन्दा कतिले बढी हुन्छ ? तुलना गर्नुहोस् र कक्षामा नतिजा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

आठौं र नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कार्पेटिड र रडरोगनसम्बन्धी लागत खर्च निकाल्ने शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखनका लागि ससाना चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) केही समय विद्यार्थीबिच जम्मा लागत खर्च (T), क्षेत्रफल (A), र एकाइ क्षेत्रफलमा लाग्ने मूल्य (R) बारेमा छलफल गराउनुहोस् र तिनीहरूबिच कस्तो सम्बन्ध देखा पर्छ सो पनि छलफल गराउनुहोस् ।
यहाँ,

$$\text{जम्मा लागत खर्च (T)} = \text{क्षेत्रफल (A)} \times \text{एकाइ क्षेत्रफलमा लाग्ने मूल्य (R)}$$

(ग) प्रत्येक समूहलाई विद्यालयका केही कोठाहरूको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ कति कति छन् सो नाप्न लगाउनुहोस् ।

(घ) उक्त कोठाहरूको चार भित्ता (ढोका र भ्यालबाहेक) र सिलिङमा रडरोगन गर्नु छ । तसर्थ तलका प्रश्नहरूका उत्तर समूहमा आपसमा छलफल गरि उत्तरहरू पत्ता लगाउनु लगाउनुहोस् ।

(क) चार भित्ताको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउने र कति हुन्छ ?

(ख) भ्याल र ढोकाबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ र कति हुन्छ ?

(ग) सिलिङको क्षेत्रफल कसरी निकाल्न सकिन्छ र कति हुन्छ ?

(घ) रङ लगाउँदा लाग्ने जम्मा खर्चको हिसाब कसरी हुन्छ ? र कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) केही समय विद्यार्थीबिच जम्मा लागत खर्च (T), क्षेत्रफल (A), र एकाइ क्षेत्रफलमा लाग्ने मूल्य (R) बारेमा छलफल गराउनुहोस् र तिनीहरूबिच कस्तो सम्बन्ध देखा पर्छ सो पनि छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

(क) एउटा कोठाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ क्रमशः 8 मि., 6 मि. र 3 मि. छ । यदि कोठामा 2 मि. को एउटा वर्गाकार भ्याल र एउटा 3 मि. × 2 मि. को ढोका छन् भने

(अ) प्रति वर्ग मिटर रु. 25 का दरले कार्पेट भुईँमा बिछ्याउनका लागि कति खर्च लाग्छ ?

(आ) प्रति वर्ग मिटर रु. 55 का दरले सबै भित्ताहरूमा मात्र (भ्याल र ढोकाबाहेकको क्षेत्रफलमा)

भित्रपट्टि रड लगाउँदा कति खर्च लाग्छ ?

(अ) यहाँ,

$$\text{कोठाको लम्बाइ } (l) = 8 \text{ m}$$

$$\text{कोठाको चौडाइ } (b) = 6 \text{ m}$$

$$\text{कोठाको उचाइ } (h) = 3 \text{ m}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned}\text{भुईँको जम्मा क्षेत्रफल } (A) &= l \times b \\ &= 8 \times 6 \\ &= 48 \text{ m}^2\end{aligned}$$

कर्पेट बिछ्याउँदा लाग्ने प्रति वर्ग मिटरको दर (R) = रु. २५

अब,

$$\begin{aligned}\text{आवश्यक जम्मा रकम } (T) &= A \times R \\ &= 48 \times 25 \\ &= \text{Rs. } 1200\end{aligned}$$

(आ) चार भित्ताको क्षेत्रफल $(A_1) = 2h(l + b)$

$$\begin{aligned}&= 2 \times 3 (8 + 6) \\ &= 6 \times 14 \\ &= 84 \text{ m}^2\end{aligned}$$

एउटा ढोकाको क्षेत्रफल $(A_2) = 3 \times 2$

$$= 6 \text{ m}^2$$

एउटा भ्यालको क्षेत्रफल $(A_3) = (2)^2 = 4 \text{ m}^2$

अब, ढोका र भ्यालबाहेकको चार भित्ताको क्षेत्रफल $= A_1 - A_2 - A_3$

$$\begin{aligned}&= (84 - 6 - 4) \\ &= 74 \text{ m}^2\end{aligned}$$

रड लगाउँदा लाग्ने प्रति वर्ग मिटरको दर (R) = रु. 55

अब, आवश्यक जम्मा रकम $(T) = A \times R$

$$\begin{aligned}&= 74 \times 55 \\ &= \text{Rs. } 4070\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

(क) यदि माथिको प्रश्नमा 2 ओटा सोही नापका भ्यालहरू भएको भए रड लगाउने खर्चका कति प्रतिशतले कमी हुन सक्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

चौडाइ उचाइको दोब्बर र लम्बाइ चौडाइको दोब्बर भएको एउटा कोठामा कार्पेट बिछ्याउन रु. 80 प्रति वर्गमिटरका दरले जम्मा रु. 10,240 खर्च लाग्छ । उक्त, कोठामा भएका भूयाल र ढोकाको जम्मा क्षेत्रफल ५ वर्ग मिटर छ भने चार भित्ता र सिलिङमा प्रति वर्गमिटरको रु. 105 का दरले रङ लगाउँदा जम्मा कति खर्च लाग्छ, पत्ता लगाउनुहोस् । यदि कोठामा भएका भूयाल र ढोकाको जम्मा क्षेत्रफल 20 वर्ग मिटर हुने हो भने रङ लगाउने खर्चमा कति प्रतिशतले कम हुन्छ ?

यहाँ,

$$\text{कोठाको उचाइ } (h) = x \text{ m (मानौं)}$$

$$\text{कोठाको चौडाइ } (b) = 2x \text{ m}$$

$$\text{कोठाको लम्बाइ } (l) = 4x \text{ m}$$

सूत्रानुसार

$$\text{कार्पेट बिछ्याउन लाग्ने जम्मा खर्च } (T) = A \times R$$

$$\text{अथवा, } 10240 = A \times 80$$

$$\therefore \text{ जम्मा भुईँको क्षेत्रफल } (A) = 128 \text{ m}^2$$

फेरि,

$$\text{जम्मा भुईँको क्षेत्रफल } (A) = 128 \text{ m}^2$$

$$\text{अथवा, } l \times b = 128$$

$$\text{अथवा, } x \times 2x = 128$$

$$\text{अथवा, } 2x^2 = 128$$

$$\therefore x = 4$$

अब,

$$\text{कोठाको लम्बाइ } (l) = 4x \text{ m} = 4 \times 4 = 16 \text{ m}$$

$$\text{कोठाको चौडाइ } (b) = 2x \text{ m} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}$$

$$\text{कोठाको उचाइ } (h) = x \text{ m} = 4 \text{ m}$$

$$\text{चार भित्ता र सिलिङको क्षेत्रफल } (A_1) = 2h(l + b) + lb$$

$$= 2 \times 4 (16 + 8) + 16 \times 8$$

$$= 8 \times 24 + 128$$

$$= 320 \text{ m}^2$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{ढोका र भूयालबाहेकको चार भित्ताको क्षेत्रफल (A)} &= A_1 - 5 \\ &= 320 - 5 \\ &= 315 \text{ m}^2\end{aligned}$$

रड लगाउँदा लाग्ने प्रति वर्ग मिटरको दर (R) = रु. 105

अब,

$$\begin{aligned}\text{आवश्यक जम्मा रकम (T)} &= A \times R \\ &= 315 \times 105 \\ &= \text{Rs. } 33,075\end{aligned}$$

फेरि,

$$\begin{aligned}\text{ढोका र भूयालको जम्मा क्षेत्रफल} &= 20 \text{ m}^2 \text{ हुने हो भने} \\ \text{ढोका र भूयालबाहेकको चार भित्ताको क्षेत्रफल (A)} &= A_1 - 20 \\ &= 320 - 20 \\ &= 300 \text{ m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अब, आवश्यक जम्मा रकम (T)} &= A \times R \\ &= 300 \times 105 \\ &= \text{Rs. } 31,500\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{खर्चमा कटौती प्रतिशत} &= \frac{33075 - 31500}{31500} \times 100 \% \\ &= 5 \%\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

(क) यदि चार भित्ता र सिलिङमा रड लगाउने प्रति वर्ग मिटर खर्च रु. 120 हुने हो भने जम्मा कति खर्च हुन्छ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 113 को अभ्यास 5.3 को प्रश्नहरू न. 1 देखि 10 सम्मका सम्पूर्ण प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंहरूले अध्ययन गरिरहेको विद्यालयको कक्षाकोठाको लम्बाइ, चौडाइ, उचाइका साथै भूयाल, ढोकाको लम्बाइ र उचाइ नाप्नुहोस् । दिइएका विषयवस्तु समेटी निष्कर्षसहितको प्रतिवेदन कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

(क) चार भित्ताको क्षेत्रफल, भुईँ र सिलिङको क्षेत्रफल

(ख) भूयाल ढोकाबाहेक चार भित्ताको क्षेत्रफल

(ग) आफ्नो गाउँ वा सहरमा हालसालै चलिआएको दरअनुसार चार भित्ता र सिलिङमा रड लगाउन लाग्ने जम्मा खर्च

दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ठोस वस्तुको निर्माण गरी त्यसको सतहको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

सिधा लट्ठीहरू, धागोहरू, स्केल, क्याल्कुलेटर

क्रियाकलाप १

(क) सर्वप्रथम विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार 3-4 ओटा समूहहरूमा बाँड्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई आवश्यक मात्रामा विभिन्न आकारका सिधा लट्ठीहरू र धागोहरू दिनुहोस् र त्यसबाट आफूलाई मन परेको घर, मन्दिर वा अन्य केही ठोस वस्तुहरूको निर्माण गर्न लगाउनुहोस् जसमा त्रिभुजहरू तथा चतुर्भुजहरूको प्रयोग गरिएको होस् ।

(ग) अब, विद्यार्थीसँग त्यो बनेको वस्तुको सतहहरूको जम्मा क्षेत्रफल कसरी निकाल्न सकिन्छ, भन्ने कुरामा छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) स्केलको प्रयोग गरी त्यसको नाप लिन लगाई प्रत्येक भागको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् र अन्त्यमा जम्मा क्षेत्रफल कति आयो कक्षाकोठामा प्रस्तुतीकरण दिन लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तलका जस्तै प्रश्नहरू सोधेर विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) तपाईंले बनाउनुभएको ठोस वस्तुमा कतिओटा त्रिभुजहरू तथा चतुर्भुजहरूको प्रयोग भएको छ ?

(ख) ठोस वस्तुको निर्माण गर्दा त्यसलाई बलियो बनाउनका लागि कुन ज्यामितीय आकारको बढी प्रयोग गर्नुभएको छ? उदाहरण दिनुहोस् ।

(ग) जम्मा सतहको क्षेत्रफल कसरी पत्ता लगाउनुभयो ?

गृहकार्य

यो क्रियाकलापमा जस्तै त्रिभुज तथा चतुर्भुजहरू भएको एउटा ठोस वस्तुको निर्माण गरी त्यसको जम्मा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

एघारौं, बाह्रौं र तेरौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- नेपालमा प्रचलित जग्गा जमिनको नाप प्रणालीको प्रयोग गर्न र एक आपसमा रूपान्तरण गर्न
- जग्गाको नाप लिइ क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेख्नका लागि स साना चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विश्वव्यापी सर्वमान्य एकाइ (वर्गफिट वा वर्गमिटर) सँग रूपान्तर गरेर जग्गा वा घडेरीको क्षेत्रफल कति हुन्छ वा कसरी नापिन्छ भन्ने बारे कक्षामा केही समय छलफल गराउनुहोस् । अब विद्यार्थी बसोबास गर्ने क्षेत्रमा जग्गा जमिनको क्षेत्रफल मापन गर्न कुन कुन एकाइको प्रयोग गर्ने गरिएको छ, सोबारेमा केही समय विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब तलको तालिका प्रत्येक समूहहरूलाई बाँड्नुहोस् र केही समय छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

तराई भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइ		वर्गमिटर	वर्गफिट	पहाडी भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइमा रूपान्तर	मिटर, फिट र इन्च एकाइबिचको सम्बन्ध
1 बिघा	20 कठ्ठा	6772.63	72900	13.31 रोपनी	1 m = 3.2808 ft
1 कठ्ठा	20 धुर	338.63	3645	10.65 आना	1 m = 39.37 inches
1 धुर		16.93	182.25	2.13 पैसा	
पहाडी भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइ				तराई भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइमा रूपान्तर	
1 रोपनी	16 आना	508.72	5476	1.5023 कठ्ठा	1 foot = 0.3048 m
1 आना	4 पैसा	31.79	342.25	1.8777 धुर	1 foot = 12 inches
1 पैसा	4 दाम	7.95	85.56		
1 दाम		1.99	21.39		

प्रश्नहरू

1. के क्षेत्रफलका नापका अन्य एकाइहरू पनि प्रचलनमा छन् ? यदि छन् भने सोबारे कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. 4 रोपनी 5 आनालाई वर्ग मिटरमा रूपान्तर गर्नुहोस् ।

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } 4 \text{ रोपनी } 5 \text{ आना} &= 4 \times 508.72 + 5 \times 31.79 \\ &= 2034.88 + 158.95 \\ &= 2193.83 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

2. एउटा जग्गाको क्षेत्रफल 2580 वर्ग मिटर छ । यस जग्गाको क्षेत्रफललाई निम्नानुसार रूपान्तर गर्नुहोस् :

(क) हिमाली तथा पहाडी भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइअनुरूप रोपनी, आना, पैसा र दाममा

(ख) तराई भेगमा प्रचलनमा रहेका एकाइहरू अनुरूप बिघा, कट्टा र धुरमा

(क) यहाँ, दिइएको जग्गाको क्षेत्रफल = 2580 वर्ग मिटर

$$\begin{aligned} &= \frac{2580}{508.72} \text{ रोपनी} \\ &= 5.07155 \text{ रोपनी} \\ &= 5 \text{ रोपनी} + (0.07155 \times 16) \text{ आना} \\ &= 5 \text{ रोपनी} + 1.1448 \text{ आना} \\ &= 5 \text{ रोपनी} + 1 \text{ आना} + (0.1448 \times 4) \text{ पैसा} \\ &= 5 \text{ रोपनी } 1 \text{ आना } 0.5792 \text{ पैसा} \end{aligned}$$

यसलाई रोपनी - आना - पैसा - दामअनुसार 5 - 1 - 0.5792 (रोपनी) लेखिन्छ ।

(ख) यहाँ दिइएको जग्गाको क्षेत्रफल = 2580 वर्ग मिटर

$$\begin{aligned} &= \frac{2580}{6772.63} \text{ बिघा} \\ &= 0.38095 \text{ बिघा} \\ &= 0 \text{ बिघा} + (0.38095 \times 20) \text{ कट्टा} \\ &= 0 \text{ बिघा} + 7.619 \text{ कट्टा} \\ &= 0 \text{ बिघा} + 7 \text{ कट्टा} + (0.619 \times 20) \text{ धुर} \\ &= 0 \text{ बिघा } 7 \text{ कट्टा } 12.38 \text{ धुर} \end{aligned}$$

यसलाई बिघा - कट्टा - धुरअनुसार 0 - 7 - 12.38 (बिघा) लेखिन्छ ।

मूल्याङ्कन :

अभ्यास 5.4 को प्रश्न न. 1 देखि 12 सम्मका प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३ (परियोजना कार्य विधिबाट शिक्षण)

- (क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीबाट उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् (एक समूहमा कम्तीमा छ जना पर्ने गरी) ।
- (ख) समूहका प्रत्येक व्यक्तिहरूका लागि जिम्मेवारी विभाजन गर्नुहोस् (फित्ता टेप लिएर मापन गर्ने 3 जना, नाप हेर्ने 1 जना, टिपोट गर्ने 1 जना, सबै कार्यको निरीक्षण गर्ने 1 जना) ।
- (ग) प्राप्त जिम्मेवारीअनुसार आवश्यक सामग्री (फित्ता टेप, रूलर, सिसाकलम आदि) सहित कुनै दुई समूहले आआफ्नो तरिकाबाट विद्यालयको खेल मैदानको निश्चित भाग (त्रिभुजाकार तथा चतुर्भुजाकार भाग) को किनाराको नाप लिएर क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसै गरी अर्को दुई दुई समूहले विद्यालयनजिक रहेको कुनै सार्वजनिक स्थल (मन्दिर परिसर, पार्क, खेल मैदान, खुला स्थान वा विद्यालयकै अन्य खुला स्थान आदि) को खुला स्थानको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) यसै क्रममा नापी कार्यालयबाट नक्सा ल्याउनुहोस् र त्यसबाट पनि पहिले क्षेत्रफल निकालिएका स्थानहरूको पूनः क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
- (च) यसरी गरिएको कार्यको नक्सा चित्रसहित क्षेत्रफल निकालेर कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (छ) प्रत्येक समूहले पत्ता लगाएको एउटै स्थलको क्षेत्रफलबिच के कति समानता आयो तुलना गर्नुहोस् र सही विकल्पको छनोट गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (क) नापी विभागबाट ल्याइएको नक्सा प्रिन्ट कतिको स्केलमा ढुङ्ङ गरिएको छ ?
- (ख) उक्त स्थानहरूको क्षेत्रफललाई रोपनी - आना - पैसा तथा बिघा - कट्टा - धुरमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

पाठ : ६

प्रिज्म

परिचय :

दुई विपरित बहुभुजहरू समानान्तर र अनुरूप भएका तीन आयामिक (three dimensional) ठोस वस्तुलाई प्रिज्म (prism) भनिन्छ। आधारको ज्यामितीय स्वरूपका आधारमा विभिन्न प्रकारका प्रिज्महरू हुने गर्दछन्, जस्तै: त्रिभुजाकार प्रिज्म, वर्गाकार प्रिज्म, आयताकार प्रिज्म आदि। यस पाठमा विभिन्न प्रकारका प्रिज्महरूको पहिचान, तिनीहरूका क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल, छड्के सतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी प्रश्नहरूको छलफल र शाब्दिक समस्याहरूको समाधानका कार्यहरू गरिन्छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन्।

(क) प्रिज्मको अवधारणा विकास गर्न

(ख) प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	प्रिज्मको पहिचान र त्यसका विभिन्न सतहहरूको नामकरण	1	
2.	त्रिभुजाकार प्रिज्मका आधारको क्षेत्रफल र प्रिज्मको पार्श्ववर्ती सतहको क्षेत्रफल	1	
3.	प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल	1	
4.	प्रिज्मको आयतन	1	
5.	प्रिज्मसँग सम्बन्धित परियोजना कार्य र प्रस्तुति	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- प्रिज्महरू पहिचान गर्न र त्यसका विभिन्न सतहहरूको नामकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

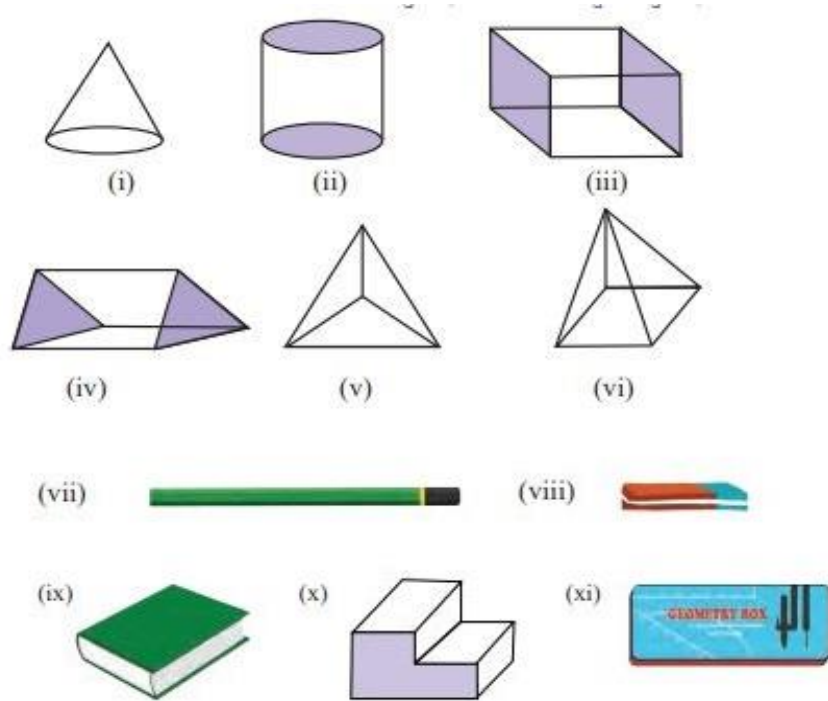
विभिन्न प्रकारका ज्यामितीय ठोस वस्तुहरू, पेपरकटर

क्रियाकलाप १

(क) एउटा टेबुलमा विभिन्न ज्यामितीय ठोस वस्तुहरू राख्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई ती ठोस वस्तुहरूको अवलोकन गर्न लगाई सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा उल्लेख गरिएका प्रश्नहरू छलफल गरी उत्तरहरू टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।



प्रश्नहरू

- (अ) के दिइएका ठोस आकृतिहरूका सम्मुख सतहहरू अनुरूप र समानान्तर छन् ?
- (आ) दिइएका ठोस आकृतिमा कतिओटा सिधा किनारा छन् ?
- (इ) दिइएका ठोस आकृतिमा अनुरूप र समानान्तर दुई विपरित बहुभुजहरू कुन आकारका छन् ?
- (घ) छलफलपछि प्रिज्मका विशेषताहरूबारे छलफल गराउनुहोस् ।
- (ङ) अब छलफलबाट आएको निष्कर्षलाई आधार मानेर टेबुलमाथि राखिएका ठोस वस्तुहरूमध्ये कुन कुन प्रिज्म हुन् । छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

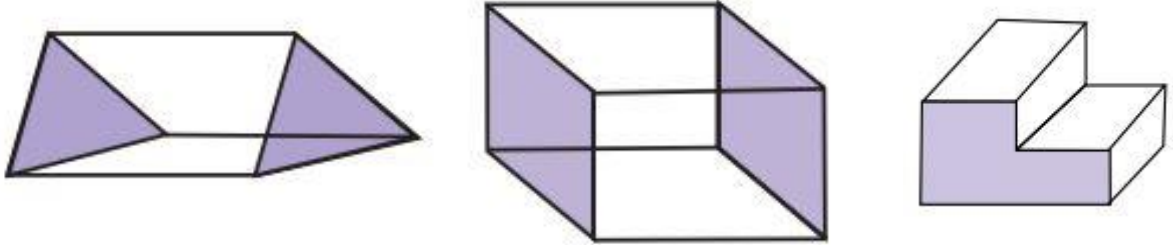
मूल्याङ्कन

प्रिज्मका कुनै ३ विशेषताहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

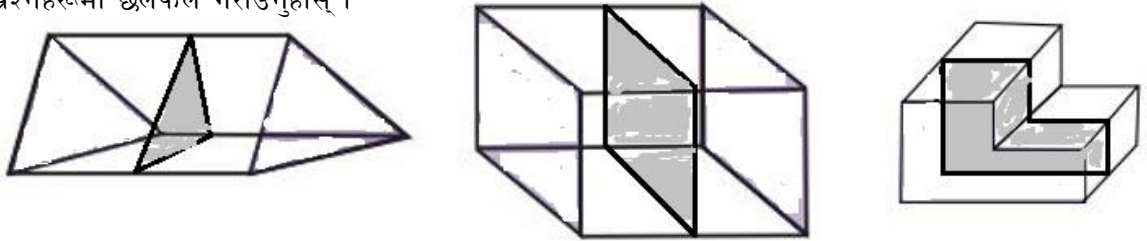
(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा प्रिज्म लिन लगाउनुहोस् ।



(ग) ध्यानमा राख्नुहोस् कि ती प्रिज्महरू कुनै धारिलो चिजले सजिलैसँग काट्न सकियोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई हरेकले पाएको प्रिज्मलाई आपसमा सल्लाह गरी कम्तिमा तिन टुक्रा गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।



(अ) यसरी काट्दा कस्ता सतहहरू देखा परे ?

(आ) के काटिएका हरेक टुक्राहरूको सतहहरूमा केही समानता पाउन सकिन्छ ?

(इ) के ती काटिएका सतहहरूलाई समरूप वा अनुरूपको वर्गमा राख्न सकिन्छ ?

(उ) विद्यार्थीले गरेको कामको अवलोकन गर्नुहोस् ।

(च) विद्यार्थीबाट आएको प्रतिक्रिया सुनेर निष्कर्षमा दुई वा दुईभन्दा बढी टुक्राहरूबाट प्राप्त सतहहरू अनुरूप हुने कुरा बताइदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

के त्रिभुजाकार वा अन्य आधार भएको प्रिज्मलाई काट्दा पनि क्रस सेक्सन र आधारको सतहअनुरूप पाउन सकिन्छ ? जस्ता प्रश्न गरी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

दैनिक जीवनमा प्रिज्मसँग सम्बन्धित वस्तुहरू कहाँ कहाँ र के के पाउन सकिन्छ ? कुनै पाँच वस्तुहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार प्रिज्मका आधारको क्षेत्रफल र प्रिज्मको पार्श्ववर्ती (छड्के) सतहको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न प्रकारका ज्यामितीय ठोस वस्तुहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई ध्यानमा राखी समूह तयार गर्नुहोस् ।

(ख) समूहमा एक एकओटा फरक फरक नापका प्रिज्महरू बाँड्नुहोस् । (मानौं एउटा समूहले त्रिभुजाकार आधारको प्रिज्म पाएको छ ।)

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई उक्त प्रिज्मको क्रस सेक्सनको सतहहरूलाई छोडिकन बाँकी रहेका आयताकार सतहहरूको नाम लेख्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

ΔABC र ΔDEF चाहीं क्रस सेक्सन सतहहरू हुन् । तसर्थ यस बाहेकका सतहहरूमा आयताकार सतहहरू

$ACDE$, $ABFE$ र $BCDF$ रहेका छन् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई ती आयताकार सतहहरूको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

सतह $ACDE$ को क्षेत्रफल $(A_1) = z \times l$

सतह $ABFE$ को क्षेत्रफल $(A_2) = x \times l$

सतह $BCDF$ को क्षेत्रफल $(A_3) = y \times l$

(ङ) अब ती सबै सतहको क्षेत्रफलको योगफल निकाल्न लगाउनुहोस् :

$$\therefore A_1 + A_2 + A_3 = z \times l + x \times l + y \times l$$

$$= (z + x + y)l$$

$$= P \times l$$

[P = आधारको परिमिति]

(च) यसरी क्रस सेक्सनबाहेकका सतहहरू भन्नाले छड्के सतहहरू हुने भएकाले प्रिज्ममा छड्के सतहको क्षेत्रफलको

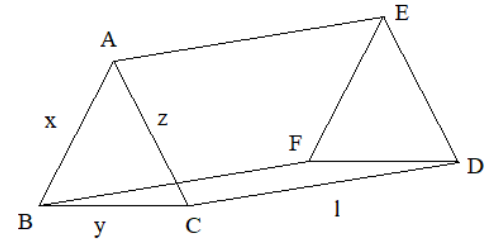
सम्बन्ध के आयो सो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) विद्यार्थीको उत्तरका आधारमा आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

के हरेक प्रकारको प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल भन्नाले आधारको परिमिति र उक्त प्रिज्मको लम्बाइको गुणनफल हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

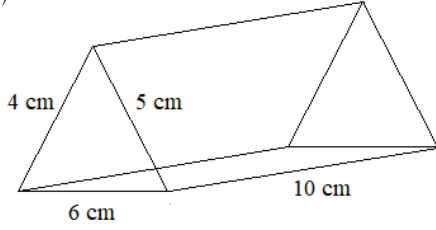


(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

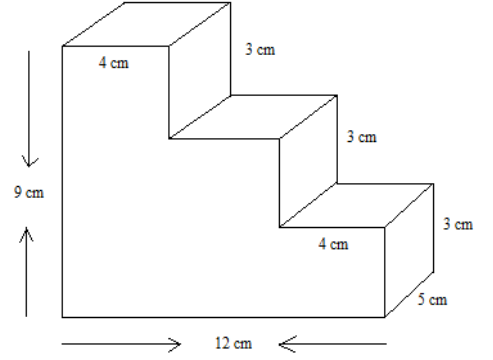
(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) समूहमा छलफल गरी प्रिज्महरूको क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल र पार्श्ववर्ती सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(अ)



(आ)



(अ) यहाँ,

प्रिज्मको आधार त्रिभुजाकार आकृति भएकाले

मानौं,

$$AB (c) = 4 \text{ cm}$$

$$BC (a) = 6 \text{ cm}$$

$$CA (b) = 5 \text{ cm}$$

सूत्रानुसार,

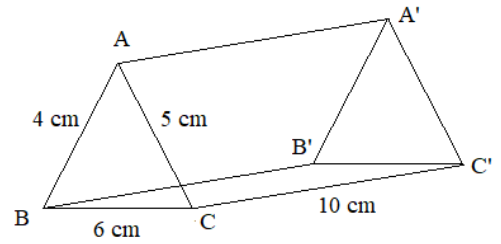
$$\begin{aligned} \text{अर्धपरिमिति (s)} &= \frac{a + b + c}{2} \\ &= \frac{6 + 5 + 4}{2} \\ &= 7.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{7.5(7.5-6)(7.5-5)(7.5-4)} \\ &= 9.92 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} \text{आधारको परिमिति (P)} &= a + b + c \\ &= 6 + 5 + 4 \\ &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{प्रिज्मको लम्बाइ (l)} = 10 \text{ cm}$$



अब,

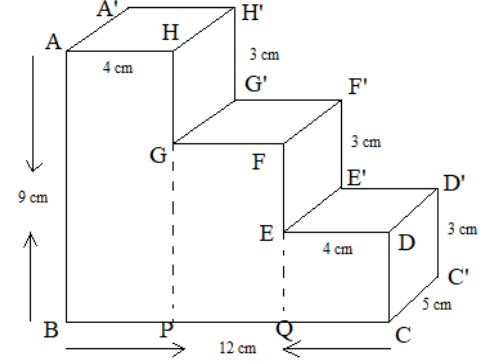
$$\begin{aligned}\text{प्रिज्मको पार्श्ववर्ती सतहको क्षेत्रफल (LSA)} &= P \times l \\ &= 15 \times 10 \\ &= 150 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

(आ) यहाँ,

प्रिज्मको आधार अष्टभुजाकार आकृति भएकाले
क्रस सेक्सन ABCDEFGH को क्षेत्रफल भन्नाले आयतहरू
ABPH, GPQF र EQCD को कुल क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ।

यसकारण,

$$\begin{aligned}\text{क्रस सेक्सन ABCDEFGH को क्षेत्रफल} &= \\ &= \text{आयत ABPH} + \text{आयत GPQF} + \text{आयत EQCD} \\ &= 9 \times 4 + 6 \times 4 + 3 \times 4 \\ &= 72 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{क्रस सेक्सन ABCDEFGH को परिमिति (P)} &= AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HA \\ &= 9 + 12 + 3 + 4 + 3 + 4 + 3 + 4 \\ &= 42 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\text{प्रिज्मको लम्बाइ (l)} = 5 \text{ cm}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{प्रिज्मको पार्श्ववर्ती सतहको क्षेत्रफल (LSA)} &= P \times l \\ &= 42 \times 5 \\ &= 210 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

(घ) विद्यार्थीले समाधान गरेपछि उत्तरको परीक्षण गरी विद्यार्थीको सिकाइ, कठिनाइ, विद्यार्थीको गलत बुझाइ वा अस्पष्टको क्षेत्र पहिचान गरी पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

एउटा त्रिभुजाकार प्रिज्मको आधारको त्रिभुजाका भुजाहरूको लम्बाइ क्रमशः p cm, q cm र r cm छन् । यदि उक्त

प्रिज्मको लम्बाइ b cm छ भने क्रससेक्सन र छड्के सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. १४१ देखि १४३ सम्मका प्रश्न नं. २, ४, ८ र १० को क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल र छड्के सतहको क्षेत्रफल मात्र पत्ता लगाउनुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्न

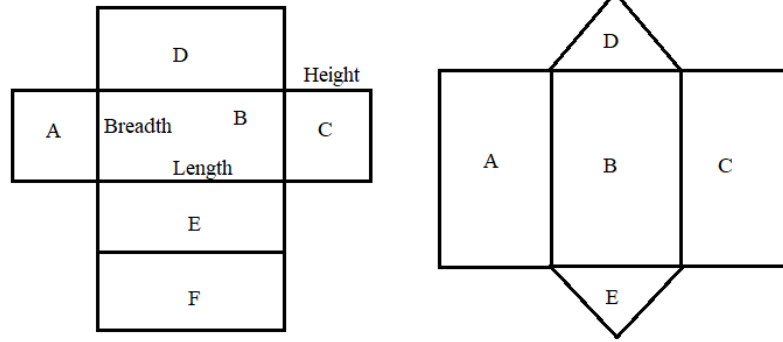
शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न प्रकारका घनाकार चक वा मसीका बट्टाहरू, आयताकार साबुन वा सलाईका बट्टाहरू, बाक्लो चार्टपेपर,

पेपरकटर, टेप

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई ध्यानमा राखिकन विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा घनाकार चक वा मसीका बट्टा वा आयताकार आधार भएका साबुनका वा सलाईका बट्टा बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई उक्त बट्टालाई विस्तारै खोलेर चार्टपेपरमा ट्रेस गरी सजिलाका लागि नामकरण गर्न लगाउनुहोस् ।



- (घ) बट्टा खोलेपछि के कस्ता ज्यामितीय आकृतिहरू देखा परे सोका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (ङ) पेपरकटरको सहायताले राम्ररी काट्न लगाउनुहोस् र त्यसपछि टेपको मदतले जोडेर बट्टा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (च) अब अनुरूप आकृतिहरूलाई सँगै राख्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै: आयताकार आधार भएको प्रिज्ममा A र C, D र E तथा B र F सतहहरू एकअर्कासँग अनुरूप छन् ।

- (छ) विद्यार्थीलाई ती प्रत्येक सतहहरूको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै:

$$\begin{aligned}
 \text{आयताकार आधार भएको प्रिज्ममा} &= 2(lb + bh + hl) \\
 &= 2lb + 2bh + 2hl \\
 &= 2lb + 2hl + 2bh
 \end{aligned}$$

$$= 2 lb + h \times 2 (l + b)$$

$$= 2 A + h \times P$$

$$= 2 \text{ आधारको क्षेत्रफल} + \text{उचाइ} \times \text{परिमिति}$$

(ज) विद्यार्थीले गरेको कामको अवलोकन गर्नुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल ग उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

(अ) रामले आफ्नो घरमा पानी सञ्चयका लागि आजभन्दा २ वर्ष अगाडि एउटा आयताकार आधार भएको पानी ट्याङ्की जडान गरेका रहेछन् । यदि उक्त ट्याङ्कीको लम्बाइ ३ मि., चौडाइ ४ मि. र उचाइ २ मि. रहेछ भने उक्त ट्याङ्कीको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{ट्याङ्कीको लम्बाइ (l)} = 3 \text{ m}$$

$$\text{ट्याङ्कीको चौडाइ (b)} = 4 \text{ m}$$

$$\text{ट्याङ्कीको उचाइ (h)} = 2 \text{ m}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} \text{ट्याङ्कीको पूरा सतहको क्षेत्रफल} &= 2 (lb + bh + hl) \\ &= 2 (3 \times 4 + 4 \times 2 + 2 \times 3) \\ &= 52 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

(आ) दिइएको त्रिभुजाकार आधार भएको प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

प्रिज्मको आधार त्रिभुजाकार आकृति भएकाले

मानौं,

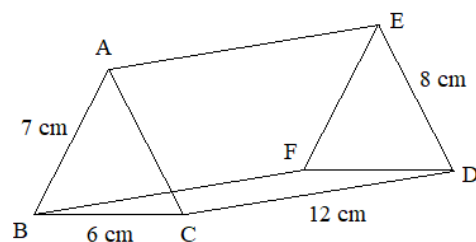
$$AB (c) = 7 \text{ cm}$$

$$BC (a) = 6 \text{ cm}$$

$$CA (b) = 8 \text{ cm}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} \text{अर्धपरिमिति (s)} &= \frac{a + b + c}{2} \\ &= \frac{6 + 8 + 7}{2} \end{aligned}$$



$$= 10.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{10.5(10.5-6)(10.5-8)(10.5-7)} \\ &= 20.33 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{आधारको परिमिति (P)} &= a + b + c \\ &= 6 + 8 + 7 \\ &= 21 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\text{प्रिज्मको लम्बाइ (l)} = 12 \text{ cm}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} &= P \times l + 2A \\ &= 21 \times 12 + 2 \times 20.33 \\ &= 292.66 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

एउटा वर्गाकार आधार भएको प्रिज्मको आधारको लम्बाइ a cm र प्रिज्मको उचाइ b cm भए उक्त प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 141 को प्रश्न न. 3 र 4 का बाँकी प्रश्नहरू 8, 10, 11 र 15 का पूरा सतहका क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार र आयताकार आधार भएका प्रिज्महरूको आयतन निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न प्रकारका घनाकार चक वा मसीको बट्टाहरू, आयताकार साबुन वा सलाईका बट्टाहरू, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीबिच केही समय विभिन्न ठोस वस्तुहरूको आयतनका विषयमा छलफल गराउनुहोस् ।
 (ख) आयतनको छलफल गर्दा लिटर, घन सेन्टिमिटर र घन मिटरको सम्बन्धबारे छलफल गराउनुहोस् ।

$$1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ liter} \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ liter}$$

- (ग) आयताकार वा घनाकार प्रिज्मको आयतन निकाल्ने सूत्रबारे केही समय छलफल गराउनुहोस् । यहाँ आयतन भन्नाले आधारको क्षेत्रफल र उक्त प्रिज्मको उचाइको गुणनफलको अवधारणाबारे छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको त्रिभुजाकार आधार भएको खोक्रो प्रिज्मको आयतन 1276 cm^3 छ भने उक्त प्रिज्ममा कति पानी अट्न सक्छ ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी दिइएको प्रिज्मको आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

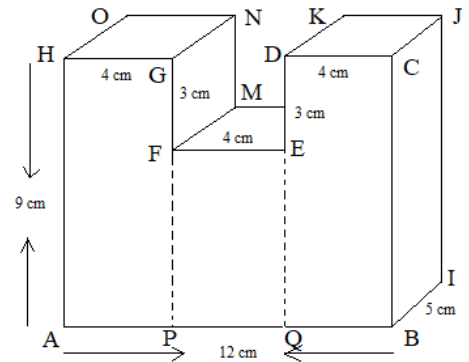
यहाँ,

प्रिज्मको आधार अष्टभुजाकार आकृति भएकाले

क्रस सेक्सन ABCDEFGH को क्षेत्रफल भन्नाले आयतहरू

APGH, PQEF र QBCD को कुल क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ।

यसकारण,



$$\begin{aligned} \text{क्रस सेक्सन ABCDEFGH को क्षेत्रफल} &= \text{आयत APGH} + \text{आयत PQEF} + \text{आयत QBCD} \\ &= 4 \times 9 + 4 \times 6 + 4 \times 9 \\ &= 96 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{प्रिज्मको आयतन} &= \text{क्रस सेक्सन ABCDEFGH को क्षेत्रफल} \times \text{प्रिज्मको उचाइ} \\ &= 96 \times 5 \\ &= 480 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 141 को प्रश्न न. 1, 4 देखि 7, 9 देखि 16 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतनसँग सम्बन्धित परियोजना कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

लम्बाइ नाप्ने फित्ता, चार्टपेपरहरू ।

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई आफ्नो विद्यालय वरपर भएका कुनै तीन प्रिज्म आकारका वस्तुहरूको नाम र नाप सङ्कलन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) ती प्रिज्महरूको क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) प्राप्त नतिजा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) परियोजना कार्यको प्रस्तुत गर्दा एकको प्रस्तुति पछि अरू विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्न र साथीहरूका जिज्ञासाहरू प्रस्तुतकर्ताद्वारा समाधान गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।
- (च) परियोजना कार्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र प्रश्नोत्तर सुनिसकेपश्चात् विद्यार्थीको सिकाइ, कठिनाइ, विद्यार्थीको गलत बुझाइ वा अस्पष्टको क्षेत्र पहिचान गरी पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।
- (छ) विद्यार्थीका परियोजना कार्यको मूल्याङ्कन गरी अभिलेखमा अद्यावधिक गरी राख्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई तल दिइए जस्तै प्रश्न गरी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

एउटा त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन 60 m^3 छ । यदि सो त्रिभुजाकार प्रिज्मको आधारका लम्बाइहरू 3 cm , 4 cm र 5 cm भए,

- (अ) प्रिज्मको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) प्रिज्मको सतहहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : ७

बेलना र गोला

परिचय

हाम्रो दैनिक जीवनमा विभिन्न ज्यामितीय आकृतिका ठोस वस्तुहरूको प्रयोग हुने गर्दछ। ती आकृतिहरूमा जस्तै: गोला, बेलना, सोली, अर्धगोला, घनाकार, आयताकार वस्तुहरू आदि पर्दछन्। प्रयोगको अवस्था हेरिकन ती वस्तुहरूको नाप फरक फरक हुने गर्दछ। ती ठोस वस्तुहरूमा बेलना र गोला दैनिक जीवनमा अलि धेरै देख्न र प्रयोगमा हुने वस्तुको रूपमा लिन सकिन्छ। कचौरा, खम्बा, तार आदि वस्तुहरू अर्धगोला, गोला, तथा बेलना आदिका उदाहरण हुन्।

वृत्ताकार आधार भएको प्रिज्मलाई बेलना भनिन्छ। सामान्य प्रिज्ममा जस्तै यसका आधारमा दुई समान अर्धव्यास भएका वृत्तहरू पाउन सकिन्छ भने यसमा कुनै पनि कुना हुँदैनन् र एउटा वक्र सतह हुँदछ। यसैगरी गोला एक वक्र सतह मात्र भएको तीन आयामिक वस्तु हो। यसमा कुनै पनि समतलीय सतह, कुना र किनारा हुँदैनन्। यस पाठमा बेलना र गोलाका विभिन्न सतहहरूको क्षेत्रफल तथा ती वस्तुहरूको आयतन पत्ता लगाउने कार्य गरिन्छ। यसका साथै बेलना र गोलासम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू पनि समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) बेलनाकार र गोलाकार ठोस वस्तुहरूको सतहको क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	बेलनाको सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सम्बन्ध स्थापित	1	
2.	बेलनाकार वस्तुहरूको वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल	2	
3.	बेलनाको आयतन	2	
4.	गोलाको सतहको क्षेत्रफल	2	
5.	अर्धगोलाको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल	1	
6.	गोलाको आयतन	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बेलनाको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन (Derive) गर्न

शैक्षणिक सामग्री

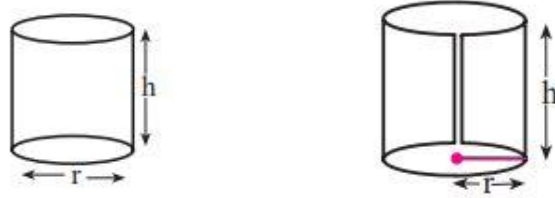
कागजबाट बनेका विभिन्न नापका बेलनाहरू, कैंची

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

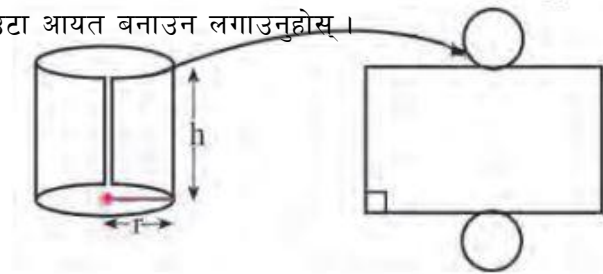
(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कागजबाट बनेका फरक फरक नापका बेलनाहरू बाँड्नुहोस् र उक्त बेलनालाई

सिधा ठाडो पारी चित्रमा देखाए जस्तै गरि काट्न लगाउनुहोस् ।



(ग) काटिसकेपछि, वृत्तको परिधिभन्दा आयतको लम्बाइ र त्यसको उचाइले आयतको चौडाइलाई जनाउने गरी चित्रमा

देखाए जस्तै गरि एउटा आयत बनाउन लगाउनुहोस् ।



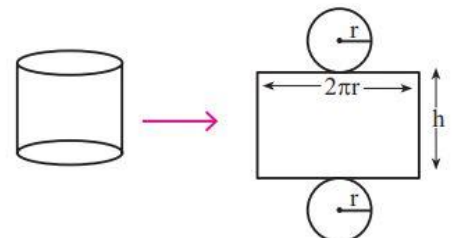
(घ) अब बनेको आयत र पहिलेको बेलनालाई अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूमा विद्यार्थीविच केही समय छलफल गराउनुहोस् :

(अ) वृत्तको परिधिको लम्बाइ कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) लम्बाइ र चौडाइ दिइएको अवस्थामा आयतको क्षेत्रफल कुन सूत्रको प्रयोग गरि पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

(इ) आयतको क्षेत्रफलले बेलनाको कुन भागको क्षेत्रफललाई जनाउँछ ?

(उ) यहाँ बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल भन्नाले आयताकार भागको क्षेत्रफल र पूरा सतहको क्षेत्रफल भन्नाले आयताकार भाग र दुई वृत्तहरूको एकमुष्ट क्षेत्रफल हो । तसर्थ विद्यार्थीलाई ती प्रत्येक भागहरूका क्षेत्रफल छुट्टाछुट्टै छलफल गरी निकाल्न लगाउनुहोस् :



जस्तै,

$$\text{वृत्तको परिधि} = \text{परिधिको लम्बाइ} = 2\pi r$$

$$\text{बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल} = \text{आयतको क्षेत्रफल} = l \times b = 2\pi r \times h = 2\pi rh \text{ वर्ग एकाइ हुन्छ।}$$

$$\text{बेलनामा रहेका दुई वृत्तरूको क्षेत्रफल} = 2 \times \pi r^2 = 2\pi r^2$$

$$\begin{aligned} \text{बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल} &= \text{आयतको क्षेत्रफल} + \text{दुई वृत्तरूको क्षेत्रफल} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi r(r + h) \end{aligned}$$

(ड) विद्यार्थीले गरेको कामको अवलोकन गर्नुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस्।

मूल्याङ्कन

(अ) बेलनामा कस्ता कस्ता सतहरू पाउन सकिन्छ ?

(आ) के बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफललाई आधारका वृत्तको परिधि एवम् बेलनाको अर्धव्यास र उचाइका रूपमा लेख्न सकिन्छ ? जस्ता प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्।

दोस्रो र तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बेलनाकार वस्तुहरूको वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फरक फरक नापका बेलनाहरू, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, कैंची, धागो, रूलर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई दुई दुईओटा कागजबाट बनेका फरक फरक नापका बेलनाकार वस्तुहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) धागो र रूलरको प्रयोग गरेर दिइएका बेलनाहरूको अर्धव्यास र उचाइ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी अर्धव्यास र उचाइको नाप पत्ता लगाइसकेपछि ति बेलनाहरूको वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नलिखित नापहरू भएका बेलनाहरूका वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

- (अ) अर्धव्यास 7 cm र उचाइ 10 cm भएको कुनै एक बेलनाको वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) व्यास 18 cm र उचाइ अर्धव्यासको तीन गुणा भएको कुनै एक बेलनाको वक्र र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

एउटा बेलनाकार वस्तुको उचाइ त्यसको अर्धव्यासको दोब्बर छ । यदि उक्त वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल 924 cm^2 भए

- (अ) अर्धव्यास र उचाइको मान पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (इ) वक्र सतहको क्षेत्रफल र वृत्ताकार सतहहरूको क्षेत्रफलको तुलना गर्नुहोस् ।
- (ई) यदि प्रति वर्ग से.मि. रु. 2.50 का दरले उक्त बेलनाको वक्र सतहमा रङ्ग लगाउन जम्मा कति खर्च लाग्छ ?
- (अ) यहाँ,

$$\text{बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} = 924 \text{ cm}^2$$

मानौं, बेलनाको अर्धव्यास (r) = x cm

बेलनाको उचाइ (h) = 2x cm

सूत्रानुसार,

$$\text{बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} = 2\pi r(r + h)$$

$$\text{अथवा, } 924 = 2 \times \frac{22}{7} \times x \times (x + 2x)$$

$$\text{अथवा, } 924 = \frac{44x}{7} \times 3x$$

$$\text{अथवा, } 6468 = 132x^2$$

$$\text{अथवा, } 49 = x^2$$

$$\therefore x = 7$$

$$\therefore \text{बेलनाको अर्धव्यास (r)} = x \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{बेलनाको उचाइ (h)} = 2x \text{ cm} = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}$$

(आ) बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA) = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 14$$
$$= 616 \text{ cm}^2$$

(इ) वृत्ताकार सतहहरूको क्षेत्रफल (A) = $2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$$
$$= 308 \text{ cm}^2$$

यहाँ वक्र सतहको क्षेत्रफल वृत्ताकार सतहको क्षेत्रफलभन्दा दोब्बर छ ।

(ई) यहाँ,

$$\text{वक्र सतहको क्षेत्रफल (A)} = 616 \text{ cm}^2$$

$$\text{रड लगाउँदा लाग्ने प्रति वर्ग से.मि. खर्च (R)} = \text{रु. } 2.50$$

$$\therefore \text{जम्मा खर्च (T)} = A \times R$$
$$= 616 \times 2.50$$
$$= \text{रु. } 1540$$

मूल्याङ्कन

यदि माथि दिइएको बेलनाको उचाइ र अर्धव्यासको नाप एकअर्कासँग परिवर्तन गर्ने हो भने अब बन्ने नयाँ बेलनाको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफलमा कस्तो परिवर्तन आउँछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 154 को प्रश्न न. 2, 3, 6 र 8 को पहिलो खण्ड, 9, 12, 13 र 17 सम्ममा प्रश्नहरू कक्षामा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

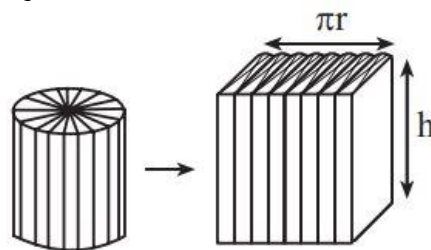
- बेलनाको आयतन निकाल्ने सूत्र स्थापित (Derive) गर्न
- बेलनाको आयतनसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

बेलनाकार मुला वा सजिलै काट्न सकिने बेलनाकार ठोस वस्तु, धागो, नाप्ने फित्ता

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा बेलनाकार मुला वा सजिलै काट्न सकिने बेलनाकार ठोस वस्तु बाँड्नुहोस् ।
- (ग) धागो तथा रूलरको प्रयोग गरेर दिइएका बेलनाको अर्धव्यास र उचाइ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- (घ) उक्त बेलनाकार मुला वा सजिलै काट्न सकिने बेलनाकार ठोस वस्तुलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी काटेर टुक्राहरूलाई मिलाएर षड्मुखा बनाउन लगाउनुहोस् ।



- (ङ) अब बेलना र षड्मुखा तुलना गरी षड्मुखाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- (च) यसरी षड्मुखाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ पत्ता लागेपछि, त्यसको आयतन पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।
- जस्तै,

$$\text{षड्मुखाको लम्बाइ} = \pi r$$

$$\text{षड्मुखाको चौडाइ} = r$$

$$\text{षड्मुखाको उचाइ} = h$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{षड्मुखाको आयतन} &= l \times b \times h \\ &= \pi r \times r \times h \\ &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

यहाँ, बेलनाको आयतन = षड्मुखाको आयतन = $\pi r^2 h$

- (छ) विद्यार्थीले गरेका कामको अवलोकन गर्नुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) यदि कुनै बेलनाकार वस्तुको अर्धव्यास a cm र उचाइ b cm छ भने उक्त बेलनाको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन निकाल्ने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(आ) कुनै बेलनाको उचाइ 12 से.मि. र व्यास 14 से.मि. भए उक्त बेलनाको आयतन कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यासकार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

एउटा बेलनाकार ट्याङ्कीको अर्धव्यास 2 m र उचाइ 4 m छ ।

(अ) बेलनाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) उक्त ट्याङ्कीमा कति लिटर पानी अटाउन सक्दछ ?

(इ) यदि उक्त ट्याङ्कीमा प्रति लिटर रु. 1.50 का दरले पानी भर्ने हो भने जम्मा कति खर्च लाग्छ ?

(अ) यहाँ,

$$\text{बेलनाको अर्धव्यास (r)} = 2 \text{ m}$$

$$\text{बेलनाको उचाइ (h)} = 4 \text{ m}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned}\therefore \text{बेलनाको आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 2^2 \times 4 \\ &= 50.2857 \text{ m}^3\end{aligned}$$

(आ) हामीलाई थाह छ,

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litres}$$

$$\begin{aligned}50.2857 \text{ m}^3 &= (1000 \times 50.2857) \text{ litres} \\ &= 50285.7 \text{ litres}\end{aligned}$$

(इ) जम्मा पानीको मात्रा (V) = 50285.7 litres

प्रति लिटर पानीको मूल्य = रु. 1.50

$$\begin{aligned}\therefore \text{जम्मा खर्च (T)} &= V \times R \\ &= 50285.7 \times 1.50 \\ &= \text{रु. } 75428.55\end{aligned}$$

2. एउटा बेलनाकार वस्तुको उचाइ 20 cm र आयतन 27720 cm^3 छ ।

(अ) बेलनाको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) यदि बेलनाको उचाइ र अर्धव्यासको मान परिवर्तन गर्ने हो भने त्यसको आयतनमा कति प्रतिशतले परिवर्तन आउँछ ?

(अ) यहाँ,

$$\text{बेलनाको उचाइ (h)} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{बेलनाको आयतन (V)} = 27720 \text{ cm}^3$$

सूत्रानुसार,

$$\text{बेलनाको आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow 27720 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 20$$

$$\Rightarrow 27720 = \frac{440r^2}{7}$$

$$\Rightarrow 441 = r^2$$

$$\therefore r = 21 \text{ cm}$$

(आ) यहाँ, बेलनाको उचाइ (h) = 21 cm

बेलनाको अर्धव्यास (r) = 20 cm

सूत्रानुसार,

$$\text{बेलनाको आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 20^2 \times 21$$

$$= 26400 \text{ cm}^3$$

अब,

$$\frac{27720 - 26400}{27720} \times 100 \%$$

$$= \frac{1320}{27720} \times 100 \%$$

$$= 4.76 \%$$

∴ यदि बेलनाको अर्धव्यास र उचाइको मान परिवर्तन गर्ने हो भने नयाँ बनेको बेलनाको आयतन पहिलेको

बेलनाको आयतनभन्दा 4.76 % ले कम हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

(अ) कुनै बेलनाको उचाइ h cm र अर्धव्यास r cm छ । यदि उचाइ समान राखी अर्धव्यासलाई दुई गुणाले बढाउने हो भने आयतनमा कति गुणाले वृद्धि हुन्छ ?

(आ) एउटा बेलनाकार पानी ट्याङ्कीको व्यास 2 मिटर र उचाइ 6 मिटर छ । यदि ट्याङ्कीको 20 % भाग मात्र खाली छ भने ट्याङ्कीमा कति लिटर पानी रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 154, 155 र 156 को प्रश्न न. 7 र 8 का आयतनसँग सम्बन्धित प्रश्नहरू, 11, 15, 16, 18 र 19 सम्ममा प्रश्नहरू कक्षामा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

छैटौँ र सातौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

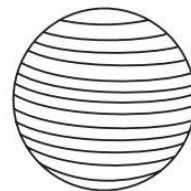
- गोलाको सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न
- गोलाहरूको सतहको क्षेत्रफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड पेपर, विभिन्न नापका रबरका बलहरू, ऊनी धागो वा गलैँचा बुन्न प्रयोग गरिने मोटो धागो वा जुटको डोरी, कैंची, गम, पिन

क्रियाकलाप १

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 158 को क्रियाकलाप 1 गराउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

एउटा गोलाकार ट्याङ्कीको ठुलो वृत्तको परिधि 44 m छ भने उक्त ट्याङ्कीको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यदि उक्त ट्याङ्कीको बाहिरी सतहमा प्रति वर्गमिटर रु. 15.5 दरले रङ्ग लगाउने हो भने जम्मा कति खर्च लाग्छ ? यहाँ,

$$\text{ठुलो वृत्तको परिधि (C)} = 44 \text{ m}$$

सूत्रानुसार,

$$\text{वृत्तको परिधि (C)} = 44 \text{ m}$$

$$\text{अथवा, } 2\pi r = 44$$

$$\text{अथवा, } 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$\therefore r = 7 \text{ m}$$

$$\text{अब, सतहको क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (7)^2$$

$$= 616 \text{ m}^2$$

प्रति वर्ग मिटर रङ लगाउन लाग्ने खर्च (R) = रु. 15.5

$$\begin{aligned}\text{जम्मा खर्च (T)} &= A \times R \\ &= 616 \times 15.5 \\ &= \text{रु. } 9548\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

(अ) एउटा गोलाको अर्धव्यास p cm छ भने उक्त गोलाको सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(आ) एउटा गोलाकार वस्तुको सतहको क्षेत्रफल 308 cm^2 छ भने उक्त गोलाको व्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 165 को प्रश्न न. 1 देखि 7, 11 र 14 सम्ममा प्रश्नहरू कक्षामा छलफल गरी समाधान गर्नुहोस् ।

आठौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अर्धगोलाको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन (Derive) गर्न
- अर्धगोलाको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

कागतीहरू, चक्कु, रूलर, धागो

क्रियाकलाप १

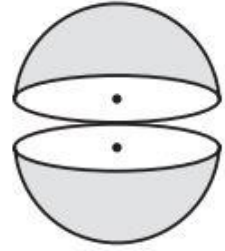
पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.159 को क्रियाकलाप 2 गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।



प्रश्नहरू

व्यास 42 m भएको एउटा अर्धगोलाको समतल सतहको क्षेत्रफल, वक्र सतहको क्षेत्रफल र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{अर्धगोलाको व्यास (d)} = 42 \text{ m}$$

$$\text{अर्धगोलाको अर्धव्यास (r)} = \frac{d}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ m}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} \therefore \text{अर्धगोलाको समतल सतहको क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 21^2 \\ &= 1386 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

त्यसैगरी,

$$\begin{aligned} \therefore \text{अर्धगोलाको वक्र सतहको क्षेत्रफल} &= 2\pi r^2 \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 21^2 \\ &= 2772 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$\therefore \text{अर्धगोलाको पूरा सतहको क्षेत्रफल} = 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 21^2$$
$$= 4158 \text{ m}^2$$

मूल्याङ्कन

एउटा अर्धव्यास भएको गोलालाई ठिक दुई अर्धगोलाहरूमा काट्दा यसको सतहको क्षेत्रफलमा के कति परिवर्तन आउँछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 166 को प्रश्न न. 8 का अर्धगोलासँग सम्बन्धित प्रश्नहरू, 10 र 19 का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

नवौं र दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- गोलाको आयतन निकाल्ने गणितीय सम्बन्ध प्रतिपादन (Derive) गर्न
- गोलाको आयतनसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

पानी नाप्ने भाँडो, रबरको बल, पानी

क्रियाकलाप १

(क) समान व्यास र उचाइ भएका एक एकओटा खोक्राको गोला र खोक्रा बेलना लिन लगाउनुहोस् ।

जहाँ, बेलनाको उचाइ (h) = गोलाको व्यास (d)

$$\therefore h = 2r$$

(ख) अब दुई विद्यार्थीलाई एक एकओटा बेलना र गोला लिन लगाउनुहोस् ।

(ग) दुईओटा पानी नाप्ने भाँडोहरू (Measuring Cylinders) लिन लगाउनुहोस् ।

(घ) बेलना र गोलामा पूरा भरिएको पानी छुट्टाछुट्टै पानी नाप्ने भाँडाहरूमा (Measuring Cylinders) मा खन्याउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) यस कार्यलाई निरन्तर अगि बढाउनुहोस् जबसम्म नाप्ने भाँडाहरूमा नाप बराबर आउँदैन

(च) कति औँ पटकमा नाप्ने भाँडाहरू (Measuring Cylinders) मा बराबर अड्कन देखा पयो सो टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) विद्यार्थीबाट आएको प्रतिक्रियालाई गणितीय भाषामा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

3 पटकमा गोलाबाट भर्दा अट्ने पानी = 2 पटकमा बेलनाबाट भर्दा अट्ने पानी

$$= 2 \times \pi r^2 h$$

$$= 2 \times \pi r^2 \times 2r$$

3 पटकमा गोलाबाट भर्दा अट्ने पानी = $4 \times \pi r^3$

1 पटकमा गोलाबाट भर्दा अट्ने पानी = $\frac{4}{3} \pi r^3$

मूल्याङ्कन

कुनै पनि गोलाको आयतन निकाल्ने सूत्रलाई व्यासको आधारमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्ल्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

(क) व्यास 14 cm भएको एउटा ठोस गोलाकार धातुको वस्तु छ । यदि $1 \text{ cm}^3 = 0.25 \text{ gm}$ भए उक्त गोलाको पिण्ड कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् । साथै प्रति ग्राम उक्त धातुको मूल्य रु. 85 पर्छ भने उक्त धातुको निर्माणमा जम्मा कति खर्च लाग्छ ?

यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{गोलाको व्यास (d)} &= 14 \text{ cm} \\ \text{गोलाको अर्धव्यास (r)} &= \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} \therefore \text{गोलाको आयतन} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3 \\ &= 1437.33 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

त्यसैगरी,

$$\begin{aligned} \therefore \text{गोलाको जम्मा पिण्ड} &= 1437.33 \times 0.25 \\ &= 359.33 \text{ gm} \end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$\therefore \text{गोलाको जम्मा पिण्ड} = 359.33 \text{ gm}$$

$$\text{प्रति ग्राम धातुको मूल्य} = \text{रु. } 85$$

अब,

$$\begin{aligned} \text{उक्त गोला निर्माणमा लाग्ने जम्मा खर्च} &= 359.33 \times 85 \\ &= \text{रु. } 30,543.05 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 166 को प्रश्न न. 8 का गोलाको आयतनसँग सम्बन्धित प्रश्नहरू 9, 12, 13, 15 देखि

17 सम्मका प्रश्नहरू कक्षामा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको परियोजना कार्य दिनुहोस् :

विद्यालयको बाहिरी प्रवेशद्वारमा दुईओटा सिमेन्टका खम्बाहरूको निर्माण गर्नुपर्ने भएको छ । खम्बामा बेलनाकार र गोलाकार आकृतिको संरचना निर्माण गर्नुपर्ने छ । प्रत्येक बेन्चका विद्यार्थीले समूहहरूमा छलफल गरी प्रत्येक समूहले एक एकओटा उपयुक्त खालको नमुना तयार गरी यसको निर्माणमा लाग्ने लागत अनुमान निकाल्नुहोस् । र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्यको प्रस्तुति गर्दा,

- (क) परियोजना कार्यको समूहगत प्रस्तुतिपछि अरु विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्न र साथीहरूका जिज्ञासाहरू प्रस्तुतकर्ताद्वारा समाधान गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।
- (ख) परियोजना कार्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र प्रश्नोत्तर सुनी सकेपश्चात् विद्यार्थीको सिकाइका कठिनाइ, विद्यार्थीको गलत बुझाइ वा अस्पष्टताको क्षेत्र पहिचान गरी पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीका परियोजना कार्यको मूल्याङ्कन गरी अभिलेखमा अद्यावधिक गरी राख्नुहोस् ।

पाठ : ८

अनुक्रम र श्रेणी

परिचय

कुनै सङ्ख्याको समूहलाई एउटा निश्चित ढाँचामा राखिएको छ भने त्यसलाई अनुक्रम भनिन्छ । अनुक्रमका पदलाई योगफलका रूपमा व्यक्त गरिएमा त्यसलाई उक्त अनुक्रमसँग सम्बन्धित श्रेणी भनिन्छ । यस पाठमा अनुक्रमका साधारण पद पत्ता लगाउने कार्य गरिन्छ । मुख्य गरी अङ्कगणितीय अनुक्रम र ज्यामितीय अनुक्रम र श्रेणीका विषयवस्तुलाई व्यावहारिक बनाउने र सिकाइलाई व्यवहारसँग जोड्ने गरी विषयवस्तु संयोजन गरिएको छ । बौद्धिक परीक्षाको आधार मानिने यस विषयवस्तुलाई कक्षाको छलफल, अवलोकन, खोजविधि र परियोजना कार्यहरूबाट विद्यार्थीलाई सिकाउने कार्यमा जोड दिइएको छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) अनुक्रम तथा श्रेणीका ढाँचाअनुसार साधारण पद निकाल्न र Σ सङ्केतमा व्यक्त गर्न

(ख) अङ्कगणितीय तथा ज्यामितीय अनुक्रमसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	अनुक्रमको परिचय र अवधारणा	1	
2.	अनुक्रमको साधारण पद	2	
3.	श्रेणीको परिचय, Σ चिह्नको प्रयोग र समस्या समाधान	2	
4.	अङ्कगणितीय अनुक्रम, श्रेणी र साधारण पदसम्बन्धी समस्या	3	
5.	ज्यामितीय अनुक्रम, श्रेणी र साधारण पदसम्बन्धी समस्या	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

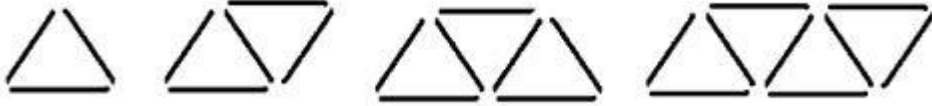
- अनुक्रमको अवधारणाका बारेमा स्पष्ट हुन
- निश्चित र अनिश्चित अनुक्रमका उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न
- अनुक्रमका विभिन्न व्यावहारिक उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

अनुक्रमका विभिन्न उदाहरणहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई तल दिइएको चित्रको अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् जसमा सिन्काहरू मिलाएर एउटा ढाँचा तयार गरिएका छन् ।



माथिको ढाँचाका आधारमा

- (अ) थप दुईओटा चित्रहरू उही ढाँचामा थप्नुहोस् ।
- (आ) यही क्रममा सिन्काहरू थप्दै जाँदा पन्ध्रौँ बुट्टा तयार गर्न कतिओटा सिन्काहरूको आवश्यकता पर्दछ ?
- (इ) माथि उल्लेख गरिएको बुट्टा जस्तै कुनै एक बुट्टा समूहमा छलफल गरी विद्यार्थीलाई तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 170 का 8.1 मा उल्लेख भएका पुनरवलोकनमा छलफल गराउनुहोस् । यस क्रममा निम्नलिखित थप प्रश्नहरू सोध्नुहोस् :

- (अ) प्रत्येक ढाँचामा भएका गुच्छाको सङ्ख्या भन्नुहोस् ।
- (ख) दिइएको ढाँचामा थप दुईओटा ढाँचा थप्नुहोस् ।
- (ग) उक्त आठौँ स्थानमा पर्ने ढाँचाको नमुना तयार पार्नुहोस् ।
- (घ) यस ढाँचाको क्रमअनुसार आठौँ स्थानमा हुने ढाँचामा कतिओटा गुच्छाहरू हुने छन् ?

मूल्याङ्कन

तलका जस्तै प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

- अनुक्रम भन्नाले के बुझिन्छ ? कुनै दुई उदाहरण दिनुहोस् ।
- अनुक्रमका 3/3 ओटा उदाहरणहरू लेख्नुहोस् ।

- रामले सुरुमा बैँकमा रु. 2000 जम्मा गर्‍यो र त्यसपश्चात् हरेक 6/6 महिनामा रु. 500 का दरले 3 वर्षसम्म पैसा जम्मा गर्‍यो । उसले 3वर्षसम्म जम्मा गरेको रकमका आधारमा अनुक्रम निर्माण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप

(क) पृष्ठ न. 171 को उदाहरण 1 मा छलफल गराउनुहोस् । यस क्रममा निम्नानुसारका थप प्रश्नहरू सोध्नुहोस् ।

4, 7, 10, 13, ... मा पाँचौँ र छैटौँ पद के के होलान्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (अ) दिइएको अनुक्रम बढ्दो वा घट्दो कुन क्रममा रहेको छ ?
- (आ) दिइएको अनुक्रम सीमित वा असीमित कुन हो ?
- (इ) यस अनुक्रममा पदहरूबिच केही सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?
- (ई) यस अनुक्रमको पाँचौँ र छैटौँ पद के के होलान् ?

मूल्याङ्कन

(क) अनुक्रम 1, 3, 5, 7, ... मा सातौँ र नवौँ पद के के होलान्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (अ) दिइएको अनुक्रम बढ्दो वा घट्दो कुन क्रममा रहेको छ ?
- (आ) दिइएको अनुक्रम सीमित वा असीमित कुन हो ?
- (इ) यस अनुक्रममा क्रमागत पदहरूबिच केही सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?

दोस्रो र तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुक्रमको साधारण पदको अवधारणा बुझ्न
- अनुक्रमहरूका साधारण पद पत्ता लगाउन
- अनुक्रमहरूका साधारण पद दिइएको अवस्थामा केही पदहरू पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

अनुक्रमका विभिन्न उदाहरणहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 171 को क्रियाकलाप 1 मा दिइएको अनुक्रमको अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र त्यसपछि निम्न प्रश्नहरूको समूहगत छलफल गर्न लगाई उत्तर भन्नु लगाउनुहोस् ।

4, 8, 12, 16, ...

- (अ) माथि उल्लिखित अनुक्रममा पदहरूबिच केही ढाँचा पाउन सकिन्छ ?
- (आ) दिइएको अनुक्रम सीमित वा असीमित कस्तो हो ?
- (इ) प्रस्तुत अनुक्रम घट्दो वा बढ्दो कस्तो रूपमा छ ?
- (ई) दिइएको अनुक्रममा पाँचौँ र छैटौँ पद कति कति होलान् ?
- (उ) दिइएको अनुक्रमको 25 औँ पद कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 172 को उदाहरण 2 को अनुक्रमको साधारण पद (n औँ पद) निकाल्ने विधिलाई विद्यार्थीमा तल दिइएका जस्ता प्रश्नहरूका छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

- (अ) दिइएको अनुक्रम सीमित वा असीमित कस्तो हो ?
- (आ) प्रस्तुत अनुक्रम घट्दो वा बढ्दो कस्तो रूपमा छ ?
- (इ) पहिलो पद र दोस्रो पदको फरक कति रहेछ ?
- (ई) पछिल्लो पद र अगिल्लो पदबिचको फरक सबैमा बराबर छ ?
- (उ) किन अनुक्रमको साधारण पद $4n$ बाट सुरु भएको होला ?
- (ऊ) दिइएको अनुक्रमको साधारण पद $4n+3$ कसरी भयो ?

(ख) विद्यार्थीले गरेको छलफलको आधारमा आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तल उल्लिखित अनुक्रमहरूका साधारण पद पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ) 1, 3, 5, 7, 11, ...

(आ) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(इ) 1, 8, 27, ...

क्रियाकलाप ३

(क) पृष्ठ न. 173 को अभ्यास 8.1 को प्रश्न न. 1 र 2 का समस्याहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तल उल्लिखित अनुक्रमहरूका साधारण पद पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 5, 10, 15, 20, 25, ...

(ख) 2, 4, 8, 16, 32, ...

क्रियाकलाप ४

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 172को उदाहरण 3 मा दिइएको साधारण पद र त्यसबाट पहिलो 5 ओटा पदहरू पत्ता लगाई त्यसपछिका प्रश्नहरू छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

$$t_n = 2n - 1$$

यदि $n = 1$ राख्दा $t_1 = 2 \times 1 - 1 = 1$

$n = 2$ राख्दा $t_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$

$n = 3$ राख्दा $t_3 = 2 \times 3 - 1 = 5$

$n = 4$ राख्दा $t_4 = 2 \times 4 - 1 = 7$

$n = 5$ राख्दा $t_5 = 2 \times 5 - 1 = 9$

∴ उक्त सङ्ख्याहरूको अनुक्रम 1, 3, 5, 7, 9 हुन्छ ।

छलफलका लागि प्रश्नहरू

(क) माथि उल्लिखित अनुक्रममा पदहरूबिच केही ढाँचा पाउन सकिन्छ ?

(ख) प्रस्तुत अनुक्रम घट्दो वा बढ्दो कस्तो रूपमा छ ?

(ग) दिइएको अनुक्रममा सातौँ र दसौँ पद कति कति होलान् ?

क्रियाकलाप ५

(क) पृष्ठ न. 173 को अभ्यास 8.1 को प्रश्न न. 3 का समस्याहरू विद्यार्थीबिच छलफलसहित समाधान गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(अ) अनुक्रम सीमित वा असीमित हुँदा यसको साधारण पदमा केही फरक पर्दछ ?

(आ) के कुनै दुई फरक अनुक्रमहरूको साधारण पद एउटै हुन सक्दछ वा सक्दैन ? किन ?

मूल्याङ्कन

तल दिइएका साधारण पदहरूका आधारमा पहिलो 5 पदहरू पत्ता लगाउनुहोस् र ती पदहरूलाई अनुक्रमका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् । यहाँ n ले प्राकृतिक सङ्ख्यालाई जनाउँछ ।

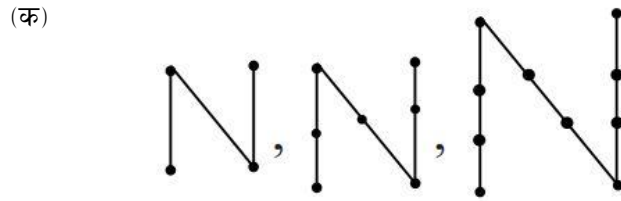
(क) $t_n = 2n + 4$

(ख) $t_n = 3^n$

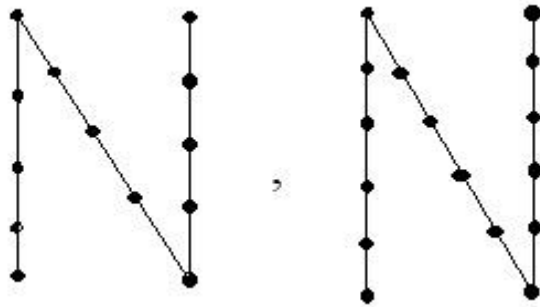
(ग) $t_n = n^2 + 2n + 3$

क्रियाकलाप ६

(क) पृष्ठ न. 173 को अभ्यास 8.1 को प्रश्न न. 4 का ढाँचा अध्ययन गर्न लगाई सोसँग सम्बन्धित समस्याहरू विद्यार्थीबिच छलफलसहित समाधान गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।



उल्लिखित संरचनाका थप दुईओटा संरचनाहरू निम्नानुसार छन् :



अब,

साधारण पदका लागि,

पहिलो पद (t_1) = 4 = 3 × 1 + 1

दोस्रो पद (t_2) = 7 = 3 × 2 + 1

तेस्रो पद (t_3) = 10 = 3 × 3 + 1

चौथो पद (t_4) = 13 = 3 × 4 + 1

∴ ∴ ∴

n औँ पद (t_n) = 3n + 1 = 3 × n + 1

मूल्याङ्कन

पृष्ठ न. 173 को अभ्यास 8.1 को प्रश्न न. 4 का ढाँचा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(क) के दिइएको ढाँचालाई कुनै फरक तरिकाले पनि व्यक्त गर्न सकिन्छ ?

चौथो र पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- श्रेणीको परिचय दिन ।
- श्रेणीहरूलाई Σ चिह्नभित्र साधारण पद लेखी देखाउन
- श्रेणीका पदहरूको योगफल निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

श्रेणीका विभिन्न उदाहरणहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई साधारण पद $(t_n) = 2n + 1$ भएको अनुक्रमको पहिलो 5 ओटा पदहरूलाई योगफलको रूपमा कसरी व्यक्त गर्ने होला ? उक्त 5 ओटा पदहरूलाई जोडदा कति हुन्छ ? यसलाई सङ्केतमा लेख्दा कसरी लेख्न सकिन्छ ? जस्ता प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।

यहाँ साधारण पद $(t_n) = 2n + 1$ भएको अनुक्रममा पहिलो 5 ओटा पदहरू

$$\text{पहिलो पद } (t_1) = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$\text{चौथो पद } (t_4) = 2 \times 4 + 1 = 9$$

$$\text{पाँचौँ पद } (t_5) = 2 \times 5 + 1 = 11$$

∴ दिइएको साधारण पदका आधारमा अनुक्रमका पहिलो 5 पदहरू 3, 5, 7, 9, 11 हुन् ।

अनुक्रमका ति 5 पदहरूलाई योगफलको रूपमा व्यक्त गर्दा,

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$$

$$= 3 + 5 + 7 + 9 + 11 \text{ हुन्छ ।}$$

ती 5 पदहरूलाई योगफलको मान

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$$

$$= 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

$$= 35 \text{ हुन्छ ।}$$

यहाँ पदहरू जम्मा 5 ओटा भएकाले दिइएको निश्चित अनुक्रमलाई श्रेणीको रूपमा व्यक्त गर्नुपर्दा,

$$\sum_{n=1}^5 2n + 1 \text{ हुन्छ ।}$$

मूल्याङ्कन

(क) श्रेणी भन्नाले के बुझिन्छ ? कुनै दुई उदाहरण दिनुहोस् ।

(ख) तलको श्रेणीलाई Σ चिह्न प्रयोग गरी लेख्नुहोस् ।

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32$$

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 176 को अभ्यास 8.2 का प्रश्न न. 4 विद्यार्थीलाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

$$5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 21$$

$$\text{पहिलो पद } (t_1) = 5 = 2 \times 1 + 3$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = 7 = 2 \times 2 + 3$$

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = 9 = 2 \times 3 + 3$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{चौथो पद } (t_4) = 21 = 2 \times 9 + 3$$

$$\therefore n \text{ औं पद } (t_n) = 2n + 3 = 2 \times n + 3$$

$$\therefore 5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 21 = \sum_{n=1}^9 2n + 3 \text{ हुन्छ ।}$$

बिचराणीय प्रश्न के श्रेणी असीमित भएको अवस्थामा Σ चिह्न प्रयोग गरेर लेख्न सकिन्छ ?

मूल्याङ्कन :

तलको श्रेणीलाई Σ चिह्न प्रयोग गरी लेख्नुहोस् ।

$$2 + 4 + 8 + \dots + 128$$

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई पृष्ठ 175 को उदाहरण 2 मा छलफल गराउनुहोस् । शिक्षकले आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन : मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$\sum_{n=3}^8 (n^2 - 2)$$

यहाँ,

$$\sum_{n=3}^8 (n^2 - 2) = (3^2 - 2) + (4^2 - 2) + (5^2 - 2) + (6^2 - 2) + (7^2 - 2) + (8^2 - 2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 7 + 14 + 23 + 34 + 47 + 62 \\
 &= 187
 \end{aligned}$$

विचारणीय प्रश्न : यदि n को मान 0 बाट सुरु हुने हो भने श्रेणीको योगफल कति हुन्छ, होला ?

क्रियाकलाप ४

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 176 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न 3 का अन्य समस्या विद्यार्थीलाई गर्न लगाउनुहोस् । शिक्षकले आवश्यकताका आधारमा सहजीकरण गर्नुहोस् :

$$\sum_{n=1}^5 \frac{2n+1}{2n}$$

यहाँ,

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^5 \frac{2n+1}{2n} &= \left(\frac{2 \times 1 + 1}{2 \times 1} + \frac{2 \times 2 + 1}{2 \times 2} + \frac{2 \times 3 + 1}{2 \times 3} + \frac{2 \times 4 + 1}{2 \times 4} + \frac{2 \times 5 + 1}{2 \times 5} \right) \\
 &= \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \frac{9}{8} + \frac{11}{10} \right) \\
 &= \frac{737}{120}
 \end{aligned}$$

छैटौं, सातौं र आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अङ्कगणितीय अनुक्रम र श्रेणीको परिचय दिन
- अङ्कगणितीय अनुक्रमको साधारण पद पत्ता लगाउन र सोसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना चार्टपेपरहरू, कागज टाँस्ने टेप

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई कागजमा एक एकओटा आफूलाई मन परेको अनुक्रमको उदाहरण लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) उनीहरूले लेखेका अनुक्रमलाई कक्षाकोठाको भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् । आफ्ना साथीहरूले टाँसेका अनुक्रमका उदाहरणहरू अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) अवलोकनपश्चात् सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :
- (अ) के टाँसेका अनुक्रमका उदाहरणहरूलाई कुनै तरिकाले वर्गिकरण गर्न सकिन्छ ?
- (आ) कुन आधारमा ती अनुक्रमहरू वर्गिकरण भयो ?
- (इ) के ती अनुक्रममा भएका पदहरूमा कुनै किसिमको सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?
- (घ) विद्यार्थीले समान अन्तरको कुरा अगाडि ल्याउन सके नसकेको कुरामा सहजीकरण गर्नुहोस् ।
- (ङ) यसरी समान अन्तर भएका अनुक्रमका उदाहरणहरूलाई टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (च) अन्त्यमा ती समान अन्तर भएका अनुक्रमका उदाहरणहरू अङ्कगणितीय अनुक्रमअन्तर्गत पर्ने कुरा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

उदाहरण : 2, 5, 8, 11, ...

यहाँ, $t_1 = 2$, $t_2 = 5$, $t_3 = 8$, $t_4 = 11, \dots$

अब,

$$t_2 - t_1 = 5 - 2 = 3$$

$$t_3 - t_2 = 8 - 5 = 3$$

$$t_4 - t_3 = 11 - 8 = 3$$

प्रत्येक पटक अनुक्रमको क्रमागत पदहरूको अन्तरमान समान छ । तसर्थ, यो एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रम हो । यहाँ रहेको अचर अन्तर मानलाई समान अन्तर (Common Difference) भनिन्छ ।

(छ) विद्यार्थीले टिपोट गरेका प्रत्येक अङ्कगणितीय अनुक्रमहरूका समान अन्तरहरू निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 177 लाई आधार मानेर तलका प्रश्नहरू विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाउनुहोस् :

(क) के अङ्कगणितीय अनुक्रमका समान अन्तरको मान सधैं धनात्मक मात्रै हुन सक्छ ?

(ख) तलको सूचीबाट अङ्कगणितीय अनुक्रमहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

(अ) 1, 4, 7, 10, ...

(आ) 2, 4, 8, 16, ...

(इ) 5, 10, 15, 20, ...

(ई) 20, 16, 12, 8, ...

(उ) 1, 3, 9, 27, 81 ...

क्रियाकलाप २

- यदि अनुक्रमको पहिलो पदलाई a र समान अन्तरलाई d ले जनाउने हो भने विद्यार्थीलाई अङ्कगणितीय अनुक्रम तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- विद्यार्थीमध्ये कोही 5 जनालाई अगाडि बोलाएर उनीहरूले तयार गरेको अनुक्रम शैक्षणिक पाटीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- यदि विद्यार्थीले अनुक्रम प्रस्तुत गर्दा उनीहरू $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ उत्तरसहित तयार भए भने अब फेरि विद्यार्थीलाई छलफल गरि उक्त अनुक्रमको साधारण पद (n^{th} term) निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

यहाँ,

$t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$ एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रमका पदहरू भए,

समान अन्तर $(d) = t_2 - t_1$ हुन्छ ।

पहिलो पद $(t_1) = a = a + (1 - 1)d$

दोस्रो पद $(t_2) = a + d = a + (2 - 1)d$

तेस्रो पद $(t_3) = a + 2d = a + (3 - 1)d$

चौथो पद $(t_4) = a + 3d = a + (4 - 1)d$

⋮

n औं पद $(t_n) = a + (n - 1)d$

तसर्थ, अङ्कगणितीय अनुक्रमको साधारण पद $t_n = a + (n - 1)d$ हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

कुनै अङ्कगणितीय अनुक्रमको पहिलो पद p , समान अन्तर q भए r औं पद निकाल्ने गणितीय सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 178 को उदाहरण 1 मा दिइएको प्रश्न र त्यसको उत्तर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : सरिताले प्रति महिनाको रु. 5000 मा वार्षिक वृद्धिदर रु. 500 हुने गरी एउटा संस्थामा रोजगार पाइछन् । उनको सातौँ र दसौँ वर्षको मासिक तलब कति कति हुने छ ?

यहाँ,

सरिताको प्रति महिनाको तलब सुरुमा रु. 5000 छ र प्रत्येक वर्ष रु. 500 का दरले तलब वृद्धि हुँदैछ । तसर्थ, उनको तलब रु. 5000, रु. 5500, रु. 6000, रु. 6500, हुँदै जान्छ जुन अङ्कगणितीय अनुक्रम हो ।

त्यसैले पहिलो पद (a) = रु. 5000

समान अन्तर (d) = रु. 500

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}n \text{ औँ पद } (t_n) &= a + (n - 1) d \\&= 5000 + (n - 1) \times 500 \\&= 5000 + 500n - 500 \\&= 4500 + 500n\end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{सातौँ पद } (t_7) &= 4500 + 500 \times 7 \\&= 4500 + 3500 \\&= \text{रु. } 8000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दसौँ पद } (t_{10}) &= 4500 + 500 \times 10 \\&= 4500 + 5000 \\&= \text{रु. } 9500\end{aligned}$$

तसर्थ, सरिताको सातौँ र दसौँ वर्षको मासिक तलब क्रमशः रु. 8000 र रु. 9500 हुने छ ।

(ख) यदि सरिताको सुरुको महिनाको तलब रु. 4000 मात्र हो भने उनको आठौँ वर्षको मासिक तलब कति हुन्छ होला ?

(ग) यदि सरिताको मासिक तलबको वार्षिक वृद्धिदर रु. 250 मात्र हुने हो भने र सुरुको तलब रु. 5000 नै हुँदा कति औँ वर्षमा उनको मासिक तलब रु. 7500 हुने छ ?

मूल्याङ्कन

कुनै एक पैदल यात्री जसका प्रत्येक पाइलाले पार गरेको दुरी (feet मा) निम्नानुसार छ ।

2, 4, 6, 8, 10,

- (क) पैदल यात्रीले कुनै पाइलामा पार गर्ने दुरी कति हुन्छ ?
(ख) पैदल यात्रीले दसौं पाइलामा कति दुरी पार गर्दछ ?
(ग) पैदल यात्रीले 48 फिट दुरी पार गर्न कति पाइला हिँड्नुपर्छ होला ?

क्रियाकलाप ४

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 183 को प्रश्नहरू 3 र 5 विद्यार्थीबिच छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ५

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 181 को उदाहरण 4 विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : अङ्कगणितीय अनुक्रम 2, 7, 12, ... को कुन पद 62 हुन्छ ?

यहाँ,

$$\text{पहिलो पद } (a) = 2$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = 7$$

$$\text{समान अन्तर } (d) = t_2 - t_1 = 7 - 2 = 5$$

मानौं, n औं पद $(t_n) = 62$

हामीलाई थाह छ,

$$n \text{ औं पद } (t_n) = a + (n - 1) d$$

$$\text{or, } 62 = 2 + (n - 1) \times 5$$

$$\text{or, } 62 = 2 + 5n - 5$$

$$\text{or, } 62 = 5n - 3$$

$$\text{or, } 65 = 5n$$

$$\therefore n = 13$$

\therefore दिइएको अनुक्रममा 13 औं पद 62 हुन्छ ।

- (क) n को मान अनुपात वा ऋणात्मक आएको भए के हुन्थ्यो ?
(ख) के 84 यस अनुक्रमको कुनै एउटा पद हुन सक्छ ?
(ग) दिइएको अनुक्रमको एघारौं पदको मान कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप ६

(क) तल उल्लिखित प्रश्नको उत्तर विद्यार्थीविच छलफल गर्नुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।
समस्या : कुनै एक अङ्कगणितीय अनुक्रमको एघारौँ र पच्चिसौँ पदहरू क्रमशः 22 र 43 भए उक्त अनुक्रमको 30 औँ पद पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, एघारौँ पद (t_{11}) = 22
 पच्चिसौँ पद (t_{25}) = 43

हामीलाई थाह छ,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = a + (n - 1) d$$

$$\text{or, } t_{11} = a + (11 - 1) d$$

$$\text{or, } 22 = a + 10 \times d$$

$$\text{or, } 22 = a + 10d$$

$$\text{or, } a + 10d = 22$$

$$\text{or, } a = 22 - 10d \dots\dots\dots(i)$$

फेरि, n औँ पद (t_n) = $a + (n - 1) d$

$$\text{or, } t_{25} = a + (25 - 1) d$$

$$\text{or, } 43 = a + 24d$$

$$\text{or, } a + 24d = 43 \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) बाट को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा

$$a + 24d = 43$$

$$\text{or, } 22 - 10d + 24d = 43$$

$$\text{or, } 14d = 43 - 22$$

$$\text{or, } 14d = 21$$

$$\therefore d = \frac{3}{2}$$

अब, d को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$\begin{aligned} a &= 22 - 10d \\ &= 22 - 10 \times \frac{3}{2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

अन्त्यमा, $t_n = a + (n - 1) d$

$$\begin{aligned} t_{30} &= 7 + (30 - 1) \times \frac{3}{2} \\ &= 7 + 29 \times \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{101}{2}$$

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई क्रियाकलाप 2 को आधारमा पृष्ठ 183 का प्रश्न न. 2, 4 र 6 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

नवौं र दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ज्यामितीय अनुक्रम र श्रेणी पहिचान गर्न
- ज्यामितीय अनुक्रमको साधारण पद पत्ता लगाउन
- ज्यामितीय अनुक्रम र श्रेणीसँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना चार्टपेपरहरू, कागज टाँस्ने टेप

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई 1/1 ओटा ससाना चार्टपेपर बाँड्नुहोस् ।

(ख) उक्त चार्टपेपरमा विद्यार्थीलाई कुनै एकओटा अनुक्रमको उदाहरण लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक विद्यार्थीलाई उनीहरूले लेखेका चार्टपेपरका टुक्राहरू कक्षाकोठाको भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

(कक्षाकोठा सानो भएको अवस्थामा यो क्रियाकलाप कक्षाबाहिर पनि गराउन सकिन्छ ।)

(घ) कक्षाकोठाको अवस्था हेरिकन सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई ती टाँसिएका चार्टपेपरमा भएका अनुक्रमका उदाहरणहरू अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् । अवलोकनपश्चात् सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) के टाँसिएका अनुक्रमका उदाहरणहरूलाई कुनै तरिकाले वर्गीकरण गर्न सकिन्छ ?

(आ) कुन आधारमा ती अनुक्रमहरू वर्गीकरण भयो ?

(इ) के ती अनुक्रममा भएका पदहरूमा कुनै किसिमको सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?

(उ) विद्यार्थीले समान अनुपातको कुरा अगाडि ल्याउन सके नसकेको कुरामा सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(च) यसरी समान अनुपात भएका अनुक्रमका उदाहरणहरूलाई टिपोट गर्न लगाउनुहोस् । अन्त्यमा ती समान अनुपात भएका अनुक्रमका उदाहरणहरू ज्यामितीय अनुक्रमअन्तर्गत पर्ने कुरा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

उदाहरण :

1, 3, 9, 27, ...

यहाँ,

$$t_1 = 1, \quad t_2 = 3, \quad t_3 = 9, \quad t_4 = 27$$

अब,

$$t_2 - t_1 = \frac{3}{1} = 3$$

$$t_3 - t_2 = \frac{9}{3} = 3$$

$$t_4 - t_3 = \frac{27}{9} = 3$$

प्रत्येक पटक अनुक्रमको क्रमागत पदहरूको अनुपात मान समान छ । तसर्थ, यो एउटा ज्यामितीय अनुक्रम हो । यहाँ रहेको अचर अनुपात मानलाई समान अनुपात (Common Ratio) भनिन्छ ।

- विद्यार्थीले टिपोट गरेका प्रत्येक ज्यामितीय अनुक्रमहरूका समान अनुपातहरू निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 लाई आधार मानेर तलका प्रश्नहरू विद्यार्थीविच छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

- (क) के ज्यामितीय अनुक्रमका समान अनुपातको मान सधैं धनात्मक मात्रै हुन सक्छ ?
- (ख) ज्यामितीय अनुक्रमका समान अनुपातको मान 1 भन्दा कम भएमा कस्तो अनुक्रम हुन सक्छ ?
- (ग) तलको सूचीबाट ज्यामितीय अनुक्रमहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

- 2, 4, 6, 8, ...
- 2, 4, 8, 16
- 5, 10, 15, 20, ...
- 625, 125, 25, 5, ...
- 1, 3, 9, 27, 81

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 अनुसार यदि अनुक्रमको पहिलो पदलाई a र समान अनुपातलाई r ले जनाउने हो भने विद्यार्थीलाई ज्यामितीय अनुक्रम तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीमध्ये कोही 5 जनालाई अगाडि बोलाएर उनीहरूले तयार गरेको अनुक्रम शैक्षणिक पाटीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ग) यदि विद्यार्थीले अनुक्रम प्रस्तुत गर्दा उनीहरू a, ar, ar^2, ar^3, \dots उत्तरसहित तयार भए भने अब फेरि विद्यार्थीलाई छलफल गराई उक्त अनुक्रमको साधारण पद (n^{th} term) निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

यहाँ,

$t_1, t_2, t_3, t_4, \dots, t_n$ एउटा ज्यामितीय अनुक्रमका पदहरू भए,

समान अनुपात (r) = $\frac{t_2}{t_1}$ हुन्छ ।

पहिलो पद (a) = $a \times r^{1-1}$

दोस्रो पद (t_2) = $ar = a \times r^{2-1}$

$$\begin{aligned}
\text{तेस्रो पद } (t_3) &= ar^2 = a \times r^{3-1} \\
\text{चौथो पद } (t_4) &= ar^3 = a \times r^{4-1} \\
&\vdots \\
n \text{ औँ पद } (t_n) &= a \times r^{n-1}
\end{aligned}$$

तसर्थ, ज्यामितीय अनुक्रमको साधारण पद $t_n = ar^{n-1}$ हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

कुनै ज्यामितीय अनुक्रमको पहिलो पद k , समान अनुपात t भए b औँ पद निकाल्ने गणितीय सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 180 को उदाहरण 2 मा दिइएको प्रश्न र त्यसको उत्तर समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : शरदले रु. 4000 रकम जम्मा गरेबापत प्रत्येक वर्षको अन्त्यमा 10 % व्याजका दरले 10 वर्षको अन्त्यमा जम्मा कति रकम बैङ्कबाट प्राप्त गर्छन् ।

यहाँ,

बैङ्कको नियमानुसार शरदले प्रत्येक वर्ष पाउन सक्ने एकमुष्ट रकमलाई अनुक्रमका रूपमा व्यक्त गर्दा,

रु. 4000, रु. 4400, रु. 4840, रु. 5324, . . . हुँदै जान्छ जुन ज्यामितीय अनुक्रमको रूपमा लिन सकिन्छ ।

∴ पहिलो पद $(a) =$ रु. 4000

$$\text{समान अनुपात } (r) = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4400}{4000} = \frac{11}{10}$$

हामीलाई थाह छ,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = ar^{n-1}$$

$$\begin{aligned}
\text{or, } t_{10} &= 4000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^{10-1} \\
&= 4000 \times (1.1)^9 \\
&= \text{रु. } 9431.79
\end{aligned}$$

तसर्थ, शरदले 10 वर्षको अन्त्यमा बैङ्कबाट एकमुष्ट रु. 9431.79 पाउने छ ।

(ख) यदि शरदले सुरुमा रु. 10000 जम्मा गरेको थियो भने उनले आठौँ वर्षको अन्त्यमा कति रकम एकमुष्ट प्राप्त गर्न सक्थे ?

(ग) यदि बैङ्कको व्याजदर 5 % मात्र हो भने शरदले जम्मा कति रकम एकमुष्ट रूपमा 10 वर्षपछि पाउने छन् ?

मूल्याङ्कन

दिइएको ज्यामितीय अनुक्रमको अध्ययन गरि तलका समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

1, 3, 9, 27, 81, ...

(क) माथिको ज्यामितीय अनुक्रममा समान अनुपातको मान कति हुन्छ ?

(ख) यो बढ्दो वा घट्दो कस्तो अनुक्रम हो ?

(ग) यस ज्यामितीय अनुक्रमको बाह्रौँ पद कति हुन्छ, निकाल्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

(क) ज्यामितीय अनुक्रमसँग सम्बन्धित तल दिइएको प्रश्नोत्तर विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : ज्यामितीय अनुक्रम 2, 6, 18, को कुनै पद 84 हुन्छ वा हुँदैन जाँच गर्नुहोस् ?

यहाँ,

$$\text{पहिलो पद } (t_1) = a = 2$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = 6$$

$$\text{समान अनुपात } (r) = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{मानौं, } n \text{ औँ पद } (t_n) = 84$$

हामीलाई थाह छ,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = ar^{n-1}$$

$$\text{अथवा, } 84 = 2 \times (3)^{n-1}$$

$$\text{अथवा, } 42 = (3)^{n-1}$$

यहाँ, 42 लाई 3 को घाताङ्कका रूपमा व्यक्त गर्न मिल्दैन ।

तसर्थ, 84 दिइएको ज्यामितीय अनुक्रमको पद होइन ।

(क) n को मान प्राकृतिक सङ्ख्यामध्ये कुनै एक आएको भए के हुन्थ्यो ?

(ख) के 54 यस अनुक्रमको कुनै एउटा पद हुन सक्छ ?

(ग) दिइएको अनुक्रमको पन्ध्रौँ पदको मान कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप ५

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 182को उदाहरण 5 विद्यार्थीविच छलफल गराउनुहोस् । तत्पश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : कुनै एक ज्यामितीय अनुक्रमको तेस्रो र छैटौँ पदहरू क्रमशः 9 र 243 भए उक्त अनुक्रमको दसौँ पद पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = 9$$

$$\text{छैटौँ पद } (t_6) = 243$$

हामीलाई थाह छ,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = a r^{n-1}$$

$$\text{or, } t_3 = a r^{3-1}$$

$$\text{or, } 9 = a r^2 \dots\dots\dots(i)$$

फेरि,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = a r^{n-1}$$

$$\text{or, } t_6 = a r^{6-1}$$

$$\text{or, } 243 = a r^5 \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (ii) लाई समीकरण (i) भाग गर्दा,

$$\frac{243}{9} = \frac{a r^5}{a r^2}$$

$$\text{or, } 27 = r^{5-2}$$

$$\text{or, } 27 = r^3$$

$$\therefore r = 3$$

अब, r को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$9 = a r^2$$

$$\text{or, } 9 = a \times 3^2$$

$$\therefore a = 1$$

अन्त्यमा,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = a r^{n-1}$$

$$\text{or, } t_{10} = 1 \times (3)^{10-1}$$

$$= 1 \times (3)^9$$

$$= 19683$$

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई क्रियाकलाप 2 का आधारमा पृष्ठ 183 का प्रश्न न. 1 र 7 देखि 9 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

(क) एउटा व्यक्तिले रु. 25,000 हिमालयन बैंकमा वार्षिक 10 % ब्याजदरमा 8 वर्षको लागि जम्मा गरेछ । यसरी जम्मा गर्दा 1, 2, 3, 4, 5 र 6 वर्षको अन्त्यमा हुने फरक फरक मिश्रधन निकाल्न लगाउनुहोस् । त्यसपछि हरेक वर्ष र त्यस वर्षको अन्त्यसम्म हुने मिश्रधनका आधारमा एउटा ग्राफ तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) ग्राफलाई कक्षामा प्रदर्शन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) एक विद्यार्थीले ग्राफको प्रदर्शन गर्दा अरू विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्न र साथीहरूका जिज्ञासाहरू प्रस्तुतकर्ताद्वारा समाधान गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।

(घ) परियोजना कार्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र प्रश्नोत्तर सुनी सकेपश्चात् विद्यार्थीको सिकाइ, कठिनाइ, विद्यार्थीको गलत बुझाइ वा अस्पष्टको क्षेत्र पहिचान गरी पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ङ) विद्यार्थीका परियोजना कार्यको मूल्याङ्कन गरी अभिलेखमा अद्यावधिक गरी राख्नुहोस् ।

पाठ : ९

खण्डीकरण

परिचय

बीजगणितीय अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण भन्नाले दिइएको अभिव्यञ्जकहरूलाई यसको आधारभूत गुणनखण्डहरूमा व्यक्त गर्नु हो । यस पाठमा बीजगणितीय अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्ने, दिइएको बीजगणितीय अभिव्यञ्जकलाई क्रमगतः रूपमा विभिन्न नियमहरूको प्रयोग गरि टुक्र्याउने जस्ता क्रियाकलापहरू राखिएका छन् । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ।

(क) खण्डीकरणको अवधारणा विकास गर्न

(ख) खण्डीकरणसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिलबमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1	$(a + b)^3$ र $(a - b)^3$ को विस्तारित रूप	3	
2	$a^3 + b^3$ र $a^3 - b^3$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण	2	
3	$a^4 + a^2b^2 + b^4$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(a + b)^3$ को विस्तारित रूप पत्ता लगाउन ।
- $(a + b)^3$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकलाई विस्तारित रूपमा लेख्न ।

शैक्षणिक सामग्री

साबुन वा चक्कुको मदतले काट्न सकिने वस्तु

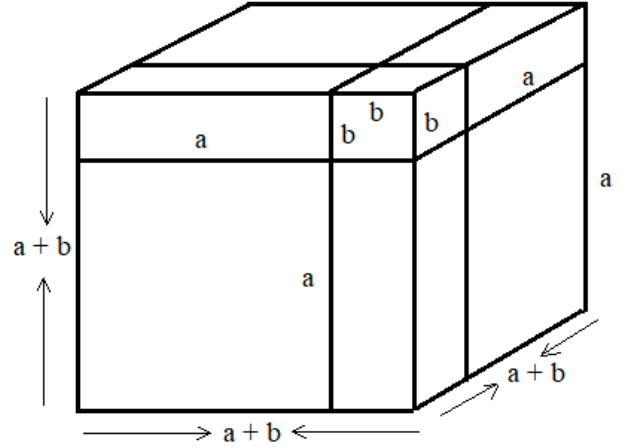
क्रियाकलाप १

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 184 को 9.1.1 मा उल्लिखितको ज्यामितीय अवधारणालाई प्रयोगात्मक कार्य गराई प्राप्त नतिजा विद्यार्थीबिच छलफल गर्नुहोस् र त्यससँग सम्बन्धित प्रश्नहरू विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् ।

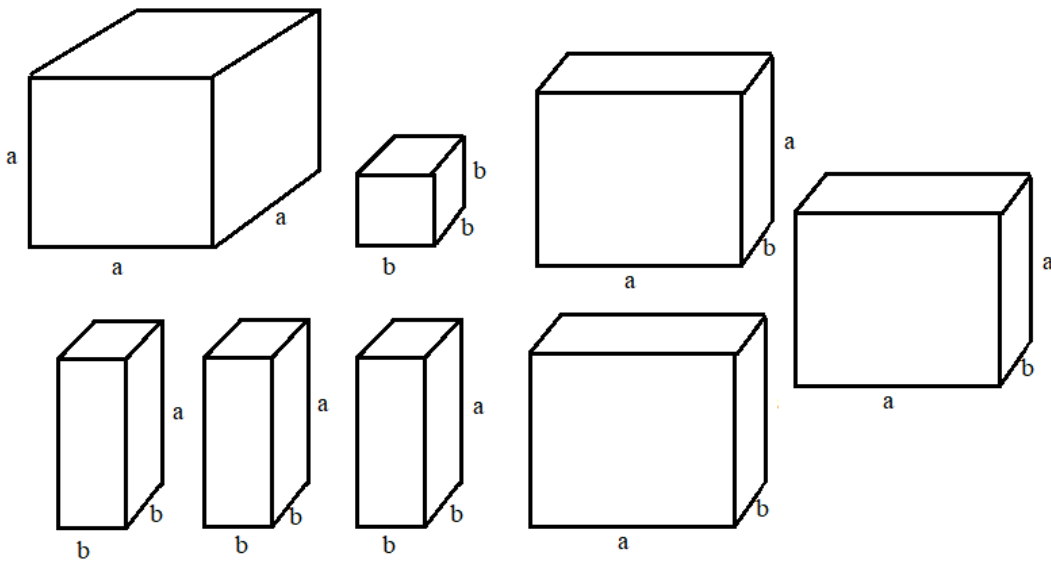
(क) कक्षामा विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई ध्यानमा राखी 3 वा 4 ओटा विद्यार्थीको समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई 2/2 ओटा काट्न मिल्ने घनाकार साबुन वा अन्य वस्तु दिनुहोस् ।

(ग) पहिलो चित्रमा देखाएजस्तै गरी लम्बाइ, चौडाइ र उचाइलाई $a : b$ को अनुपातमा चिह्न लगाउन लगाउनुहोस् ।



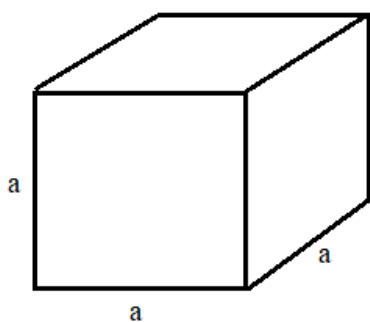
(घ) सावधानीपूर्वक चक्कुको मदतले उक्त चिह्न लगाएका ठाउँबाट साबुनलाई ध्यानपूर्वक काट्न लगाउनुहोस् ।



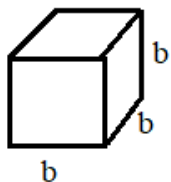
(ड)
यसर
ी
काटि
सके
पछि
प्रत्ये
क
समूह
लाई
कति
ओटा
के
कस्त
।

आकृतिहरू प्राप्त भए सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।

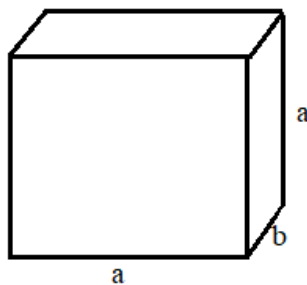
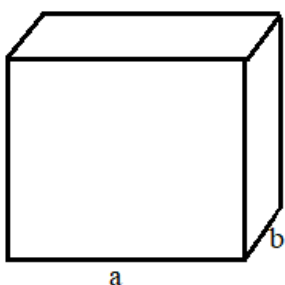
(च) सबै विद्यार्थीले प्राप्त गरेका आकृतिहरूमा समान रूप र सङ्ख्या आएको यकिन गर्नुहोस् र त्यसपछि प्रत्येक समूहलाई ति प्रत्येक आकृतिका आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।



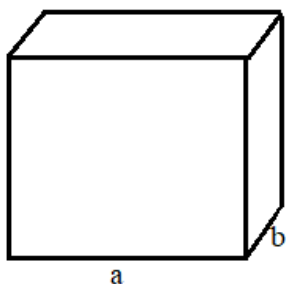
$$\text{आयतन } (V_1) = a \times a \times a = a^3$$

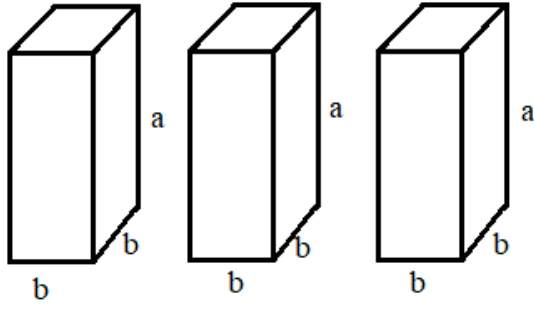


$$\text{आयतन } (V_2) = b \times b \times b = b^3$$



$$\text{आयतन } (V_3) = 3(a \times b \times a) = 3a^2b$$





$$\text{आयतन } (V_4) = 3(b \times b \times a) = 3ab^2$$

(छ) अब घनको आयतन भन्नाले सबै टुक्रा आकृतिहरूको आयतनको योगफल भएकाले योगफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

∴ घनाकार साबुनको आयतन = सबै टुक्रा आकृतिहरूको आयतनको योगफल

$$(a + b)^3 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

तलका प्रश्नहरूबारे छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) $(a + b)^3$ को विस्तारित रूप कति रहेछ ?

(आ) के $(a + b)^3$ को विस्तारित रूपलाई केही फरक तरिकाले व्यक्त गर्न सकिन्छ ?

(इ) $(a + b)^3$ को खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 188 को उदाहरण 1 र उदाहरण 3 को (क) छलफल गरी उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

1.. सूत्र प्रयोग गरेर $2x + 5$ को घन पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$(2x + 5)$ को घन पत्ता लगाउँदा,

$$(2x + 5)^3$$

$$= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 5 + 3 \times 2x \times (5)^2 + (5)^3$$

$$\left[(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \right]$$

$$= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$$

2. खण्डीकरण गर्नुहोस् : $(3x + 2y)^3$

यहाँ,

$$(3x + 2y)^3$$

$$= (3x + 2y)(3x + 2y)(3x + 2y)$$

मूल्याङ्कन

सूत्र प्रयोग गरेर $a + b + c$ को घन पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 189 को 9.1 को प्रश्न न. 1 को (क), (ग) र (ङ) प्रश्नहरूको उत्तर निकाल्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(a - b)^3$ को विस्तारित रूप पत्ता लगाउन
- $(a - b)^3$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकलाई विस्तारित रूपमा लेख्न

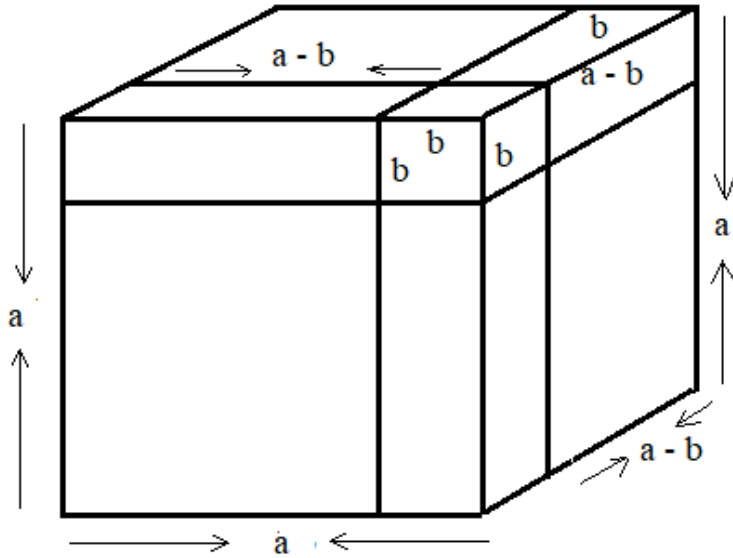
शैक्षणिक सामग्री

साबुन वा चक्कुको मदतले काट्न सकिने वस्तु

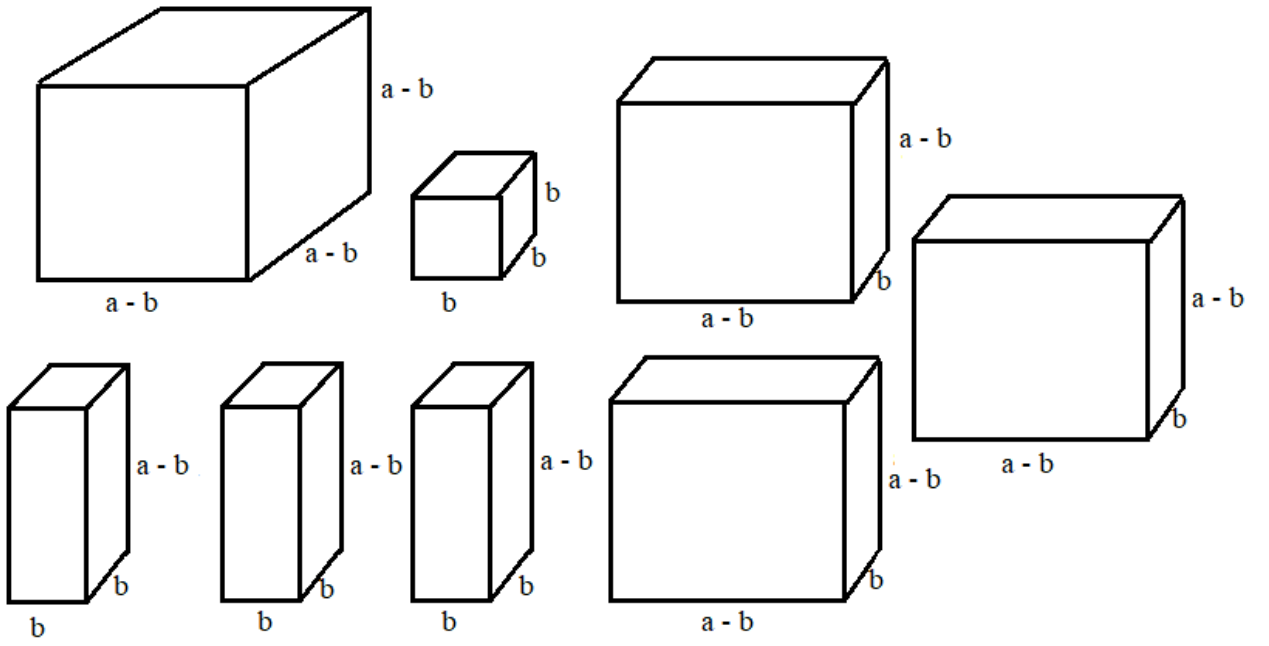
क्रियाकलाप 1

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 185 र 186 को 9.1.1 मा उल्लिखित ज्यामितीय अवधारणालाई प्रयोगात्मक कार्यबाट गराई प्राप्त नतिजा विद्यार्थीबिच छलफल गर्नुहोस् र त्यससँग सम्बन्धित प्रश्नहरू विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् ।

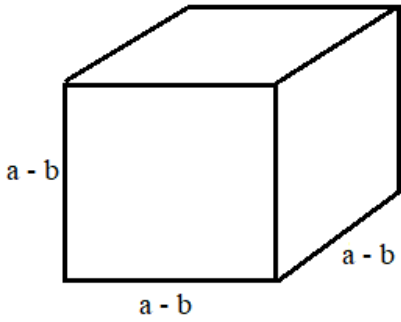
- (क) कक्षामा विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई ध्यानमा राखी 3 वा 4 ओटा विद्यार्थीको समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई $2/2$ ओटा काट्न मिल्ने घनाकार साबुन वा अन्य वस्तु दिनुहोस् ।
- (ग) पहिलो चित्रमा देखाएजस्तै प्रत्येक किनाराको लम्बाइ a लिनुहोस् र प्रत्येक किनारामा b एकाइ लम्बाइ घटाएर रेखा तान्न लगाउनुहोस् ।



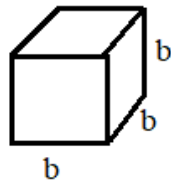
- (घ) सावधानीपूर्वक चक्कुको मदतले उक्त चिह्न लगाएका ठाउँबाट साबुनलाई ध्यानपूर्वक काट्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) यसरी काटिसकेपछि प्रत्येक समूहलाई कतिओटा के कस्ता आकृतिहरू प्राप्त भए सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।



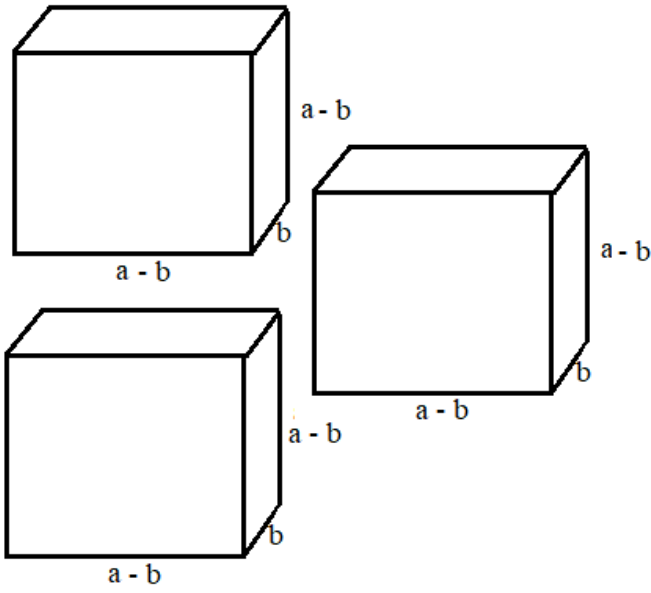
(च) सबै विद्यार्थीले प्राप्त गरेका आकृतिहरूमा समान रूप र सङ्ख्या आएको यकिन गर्नुहोस् र त्यसपछि प्रत्येक समूहलाई ति प्रत्येक आकृतिका आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।



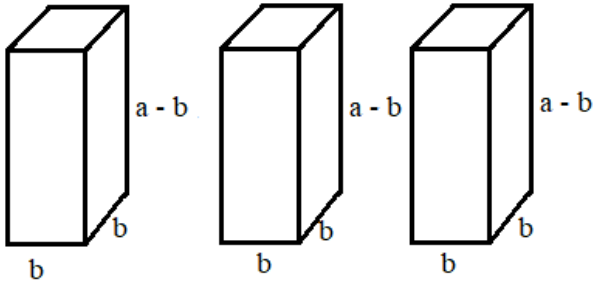
$$\text{आयतन } (V_1) = (a - b) \times (a - b) \times (a - b) = (a - b)^3$$



$$\text{आयतन } (V_2) = b \times b \times b = b^3$$



$$\begin{aligned}\text{आयतन } (V_3) &= 3 \times (a - b) \times b \times (a - b) \\ &= 3(a-b)^2b\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{आयतन } (V_4) &= 3 \times b \times b \times (a - b) \\ &= 3b^2(a-b)\end{aligned}$$

(छ) अब घनको आयतन भन्नाले सबै टुक्रा आकृतिहरूको आयतनको योगफल भएकाले योगफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

∴ घनाकार सावुनको आयतन = सबै टुक्रा आकृतिहरूको आयतनको योगफल

$$(a)^3 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$a^3 = (a - b)^3 + b^3 + 3(a - b)^2b + 3b^2(a - b)$$

$$a^3 = (a - b)^3 + b^3 + 3b[(a)^2 - 2ab + (b)^2] + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 = (a - b)^3 + b^3 + 3a^2b - 6ab^2 + 3b^2 + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 = (a - b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

तलका प्रश्नहरूबारे छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) $(a - b)^3$ को विस्तारित रूप कति रहेछ ?

(आ) के $(a - b)^3$ को विस्तारित रूपलाई केही फरक तरिकाले व्यक्त गर्न सकिन्छ ?

(इ) $(a - b)^3$ को खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 188 को उदाहरण 2, उदाहरण 3 को (ख) छलफल गरी उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

1. सूत्र प्रयोग गरेर को $3a - 2$ घन पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$(3a - 2) \text{ को घन } = (3a - 2)^3$$

$$= (3a)^3 - 3 \times (3a)^2 \times 2 + 3 \times 3a \times (2)^2 - (2)^3$$

$$\left[(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \right]$$

$$= 27a^3 - 18a^2 + 36a - 8$$

2. खण्डीकरण गर्नुहोस् । $(x - 5y)^3$

यहाँ,

$$(x - 5y)^3$$

$$= (x - 5y)(x - 5y)(x - 5y)$$

मूल्याङ्कन

सूत्र प्रयोग गरेर $3m - 2n$ को घन पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 189 को 9.1 को प्रश्न न. 1 को (ख), (घ) र (च) पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(a + b)^3$ र $(a - b)^3$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकलाई विस्तारित रूपमा लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न फ्ल्यासकार्डहरू

क्रियाकलाप 1

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 189 को प्रश्न 1 देखि 2 सम्मका प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गरी लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू : तलका अभिव्यञ्जकहरूको घन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) $3x + 2y$

$3x + 2y$ को घन

$$= (3x + 2y)^3$$

$$= (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 2y + 3 \times 3x \times (2y)^2 + (2y)^3 \left[(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \right]$$

$$= 27x^3 + 54x^2y + 36xy + 8y^3$$

(ख) $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$

$\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ को घन

$$= \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^3$$

$$= \left(\frac{x}{y}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 \times \frac{y}{x} + 3 \times \frac{x}{y} \times \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^3 \left[(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \right]$$

$$= \frac{x^3}{y^3} + \frac{3x}{y} + \frac{3y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$$

(ग) $4x - y$

$4x - y$ को घन

$$= (4x - y)^3$$

$$= (4x)^3 - 3 \times (4x)^2 \times y + 3 \times 4x \times (y)^2 - (y)^3 \left[(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \right]$$

$$= 64x^3 - 48x^2y + 12xy^2 - y^3$$

(घ) $\left(\frac{m}{n} - 1\right)$

$\left(\frac{m}{n} - 1\right)$ को घन

$$= \left(\frac{m}{n} - 1\right)^3$$

$$= \left(\frac{m}{n}\right)^3 - 3 \times \left(\frac{m}{n}\right)^2 \times 1 + 3 \times \frac{m}{n} \times (1)^2 - (1)^3 \quad \left[(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \right]$$

$$= \frac{m^3}{n^3} - \frac{3m^2}{n^2} + \frac{3m}{n} - 1$$

मूल्याङ्कन

(अ) एउटा घनाकार वस्तुको लम्बाइ $(4p + q)$ cm भए उक्त वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) एउटा घनाकार कोठाको लम्बाइ $(5p - 2q)$ m छ भने उक्त कोठाको आयतन निकाल्नुहोस् । यदि $p = 3$ र $q = 2$ हुने हो भने उक्त कोठाको वास्तविक आयतन कति हुन्छ होला ?

क्रियाकलाप २

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 189 को प्रश्न 3 र 4 सम्मका प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गरी लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न : तलका विस्तारित अभिव्यञ्जकहरूलाई संश्लेषित $(a + b)^3$ वा $(a - b)^3$ का रूपमा लेख्नुहोस् ।

(क) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

यहाँ,

$$8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

$$= 2^3x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 3^3y^3$$

$$= (2x)^3 + 36x^2y + 54xy^2 + (3y)^3$$

$$= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 3y + 3 \times 2x \times (3y)^2 + (3y)^3$$

$$= (2x + 3y)^3$$

(ख) $125m^3 - 150m^2n + 60mn^2 - 8n^3$

यहाँ,

$$125m^3 - 150m^2n + 60mn^2 - 8n^3$$

$$= 5^3m^3 - 150m^2n + 60mn^2 - 2^3n^3$$

$$= (5m)^3 - 150m^2n + 60mn^2 - (2n)^3$$

$$= (5m)^3 + 3 \cdot (5m)^2 \times 2n + 3 \times 5m \times (2n)^2 + (2n)^3$$

$$= (5m - 2n)^3$$

मूल्याङ्कन

एउटा घनाकार वस्तुको आयतन $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$ छ भने उक्त वस्तुको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइको मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

तलका अभिव्यञ्जकहरूलाई $(a + b)^3$ वा $(a - b)^3$ का रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

(अ) $27a^3 + 108a^2b + 144ab^2 + 64b^3$

(आ) $125p^3 - 75p^2 + 15p - 1$

चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $a^3 + b^3$ र $a^3 - b^3$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न फल्यास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 187 मा रहेका $(a + b)^3$ र $(a - b)^3$ का सरलीकृत रूपहरू छलफल गर्न लगाउनुहोस् र उल्लिखित प्रश्नहरूका उत्तरहरू पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ (a + b)^3 - 3ab(a + b) &= a^3 + b^3 \\ (a + b)[(a + b)^2 - 3ab] &= a^3 + b^3 \\ (a + b)[a^2 + 2ab + b^2 - 3ab] &= a^3 + b^3 \\ (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3\end{aligned}$$

तसर्थ,

$$\begin{aligned}a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

यसरी नै,

$$\begin{aligned}(a - b)^3 &= a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ (a - b)^3 + 3ab(a - b) &= a^3 - b^3 \\ (a - b)[(a - b)^2 + 3ab] &= a^3 - b^3 \\ (a - b)[a^2 - 2ab + b^2 + 3ab] &= a^3 - b^3 \\ (a - b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3\end{aligned}$$

तसर्थ,

$$\begin{aligned}a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

1. $a^3 + b^3$ र $a^3 - b^3$ का खण्डीकृत स्वरूपहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. के $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ मा $(a^2 - ab + b^2)$ लाई थप खण्डीकरण गर्न सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 188 को उदाहरण 4 मा रहेका खण्डीकरणका उदाहरणहरू विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् र तलका प्रश्नहरूको उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

प्रश्न : दिइएका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad x^3 + 27y^3 &= x^3 + 3^3y^3 \\ &= x^3 + (3y)^3 \\ &= (x + 3y)(x^2 - x \cdot 3y + (3y)^2) \\ &= (x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad \frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3} &= \left(\frac{m}{n}\right)^3 - \left(\frac{n}{m}\right)^3 \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n}\right)^2 + \frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} + \left(\frac{n}{m}\right)^2 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\frac{m^2}{n^2} + 1 + \frac{n^2}{m^2} \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\frac{m^2}{n^2} + \frac{n^2}{m^2} + 1 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n}\right)^2 + \left(\frac{n}{m}\right)^2 + 1 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m}\right)^2 - 2 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} + 1 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m}\right)^2 - 2 \cdot 1 + 1 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m}\right)^2 - 1 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left[\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m}\right)^2 - (1)^2 \right] \\ &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m} - 1\right) \left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 1\right) \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको अभिव्यञ्जकलाई खण्डीकरण गर्नुहोस् :

$$(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

क्रियाकलाप ३

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.190 को प्रश्न न. 5 र 6 समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू : तलका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad & (p + q)^3 - 1 \\ &= (p + q)^3 - (1)^3 \\ &= [(p + q) - 1][(p + q)^2 + (p + q) \cdot 1 + (1)^2] \\ &= (p + q - 1) [p^2 + 2pq + q^2 + p + q + 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad & (x - y)^3 - 27(x + y)^3 \\ &= (x - y)^3 - [3(x + y)]^3 \\ &= [(x - y) - 3(x + y)][(x - y)^2 + (x - y) \cdot 3(x + y) + \{3(x + y)\}^2] \\ &= -(x + 3y)(7x^2 + 6xy + 3y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ग)} \quad & \frac{1}{m^3} - m^3 \\ &= \frac{1^3}{m^3} - m^3 \\ &= \left(\frac{1}{m}\right)^3 - m^3 \\ &= \left(\frac{1}{m} - m\right) \left[\left(\frac{1}{m}\right)^2 + \frac{1}{m} \cdot m + m^2\right] \\ &= \left(\frac{1}{m} - m\right) \left(\frac{1}{m^2} + 1 + m^2\right) \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् :

$$(a + b)^3 + 8(a - b)^3$$

गृहकार्य

1. तलका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् :

$$\text{(क)} \quad x^3 + 27y^3 \qquad \text{(ख)} \quad x^3 + 27y^3$$

$$\text{(ग)} \quad \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} \qquad \text{(घ)} \quad \frac{x^3}{y^3} - \frac{y^3}{x^3}$$

2. प्रश्न नं. 190 को प्रश्नहरू 5 देखि 7 सम्म छलफल गरी उत्तर निकाल्नुहोस् ।

3. एउटा घनाकार काठको मुढाको किनाराको लम्बाइ y m छ । उक्त मुढाबाट 5 m लम्बाइ भएको एउटा

घनाकार टुक्रा काटेर निकाल्ने हो भने उक्त काठको मुढामा कति घनमिटर काठ बाँकी रहन्छ होला ? ($x > 5$ m)

छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $a^4 + a^2b^2 + b^4$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 191 को प्रश्न न. 1 र 2 मा रहेको $a^4 + a^2b^2 + b^4$ का खण्डीकरणका विधिहरूबिच छलफल गराउनुहोस् र त्यससँग सम्बन्धित प्रश्नहरूका बारेमा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

पहिलो तरिका

$$\begin{aligned}a^4 + a^2b^2 + b^4 &= (a^2)^2 + a^2b^2 + (b^2)^2 \\ &= (a^2)^2 + 2a^2b^2 - a^2b^2 + (b^2)^2 \\ &= (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 - ab)(a^2 + b^2 + ab) \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

दोस्रो तरिका

$$\begin{aligned}a^4 + a^2b^2 + b^4 &= (a^2)^2 + a^2b^2 + (b^2)^2 \\ &= (a^2)^2 + (b^2)^2 + a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 - 2 \times a^2 \times b^2 + a^2b^2 \quad [a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab] \\ &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \quad [a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\ &= (a^2 + b^2 - ab)(a^2 + b^2 + ab) \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

(अ) $a^4 + a^2b^2 + b^4$ को कुनै अर्को खण्डीकरण विधि हुन सक्ला ?

(आ) $a^2 + b^2$ का दुई विस्तारित रूपहरूको सही छनोट कसरी गर्न सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 192 को उदाहरणहरू 1, 2 र 3 विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् र त्यससँग सम्बन्धित प्रश्नहरूको उत्तर पनि भन्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू : खण्डीकरण गर्नुहोस् :

(क) $16x^4 + 7x^2 + 1$

$$\begin{aligned}
&= 16x^4 + 1 + 7x^2 \\
&= 4^2(x^2)^2 + (1)^2 + 7x^2 \\
&= (4x^2)^2 + (1)^2 + 7x^2 \\
&= (4x^2 + 1)^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 1 + 7x^2 \\
&= (4x^2 + 1)^2 - 8x^2 + 7x^2 \\
&= (4x^2 + 1)^2 - x^2 \\
&= (4x^2 + 1)^2 - (x)^2 \\
&= (4x^2 + 1 - x)(4x^2 + 1 + x) \\
&= (4x^2 - x + 1)(4x^2 + 1 + x)
\end{aligned}$$

(ख) $m^4 + 81n^2 + 9m^2n^2$

$$\begin{aligned}
&= m^4 + (9n^2)^2 + 9m^2n^2 \\
&= (m^2 + 9n^2)^2 - 2 \times m^2 \times 9n^2 + 9m^2n^2 \\
&= (m^2 + 9n^2)^2 - 9m^2n^2 \\
&= (m^2 + 9n^2)^2 - (3mn)^2 \\
&= (m^2 + 9n^2 - 3mn)(m^2 + 9n^2 + 3mn) \\
&= (m^2 - 3mn + 9n^2)(m^2 + 3mn + 9n^2)
\end{aligned}$$

(ग) $y^4 + 64$

$$\begin{aligned}
&= (y^2)^2 + (8)^2 \\
&= (y^2 + 8)^2 - 2 \times y^2 \times 8 \\
&= (y^2 + 8)^2 - (4y)^2 \\
&= (y^2 + 8 - 4y)(y^2 + 8 + 4y) \\
&= (y^2 - 4y + 8)(y^2 + 4y + 8)
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

1. के अभिव्यञ्जक $4x^2 - x + 1$ लाई थप खण्डीकरण गर्न सकिन्छ ? प्रयास गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 192 को उदाहरण 3 र 4 मा रहेका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण विद्यार्थीविच छलफल गरि सम्पन्न गर्नुहोस् र त्यससँग दिइएका प्रश्नहरूको पनि छलफल गराउनुहोस् ।

प्रश्न : (क) $49x^4 - 154x^2y^2 + 9y^4$

$$\begin{aligned}
&= 49x^4 + 9y^4 - 154x^2y^2 \\
&= (7x^2)^2 + (3y^2)^2 - 154x^2y^2 \\
&= (7x^2 + 3y^2)^2 - 2 \times 7x^2 \cdot 3y^2 - 154x^2y^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (7x^2 + 3y^2)^2 - 42x^2y^2 - 154x^2y^2 \\
&= (7x^2 + 3y^2)^2 - 196x^2y^2 \\
&= (7x^2 + 3y^2)^2 - (14xy)^2 \\
&= (7x^2 + 3y^2 - 14xy)(7x^2 + 3y^2 + 14xy) \\
&= (7x^2 - 14xy + 3y^2)(7x^2 + 14xy + 3y^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{(ख) } m^4 - 3m^2 + 1 \\
&= m^4 + 1 - 3m^2 \\
&= (m^2)^2 + 1 - 3m^2 \\
&= (m^2 - 1)^2 + 2 \times m^2 \times 1 - 3m^2 \\
&= (m^2 - 1)^2 + 2m^2 - 3m^2 \\
&= (m^2 - 1)^2 - m^2 \\
&= (m^2 - 1 + m)(m^2 - 1 - m) \\
&= (m^2 + m - 1)(m^2 - m - 1)
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

के $a^2 + b^2$ का विस्तारित रूपहरूको उपयोग गर्दा कुनै नियम ध्यानमा राख्नुपर्छ ?

क्रियाकलाप ४

(क) कक्षाका विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यक समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहबाट 1/1 जना विद्यार्थीलाई अगाडि बोलाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येकलाई नहेरीकन 1/1 ओटा फ्लासकार्ड (जहाँ अनुपातमा लेखिएका बीजीय अभिव्यञ्जक हुन्छन्) टिप्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब प्रत्येक समूहलाई आफूले पाएका बीजीय अभिव्यञ्जक समूहमा छलफल गरी खण्डीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) यस क्रममा समूहहरूका छलफल र कार्यहरू एकपछि अर्को गर्दै बारम्बार हेर्नुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

$$\begin{aligned}
\text{प्रश्न (क) } & \frac{p^4}{q^4} - \frac{5p^2}{q^2} + 4 \\
&= \frac{p^4}{q^4} + 4 - \frac{5p^2}{q^2} \\
&= \left(\frac{p^2}{q^2}\right)^2 + 2^2 - \frac{5p^2}{q^2} \\
&= \left(\frac{p^2}{q^2} + 2\right)^2 - 2 \times \frac{p^2}{q^2} \times 2 - \frac{5p^2}{q^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{p^2}{q^2} + 2\right)^2 - 4\frac{p^2}{q^2} - \frac{5p^2}{q^2} \\
&= \left(\frac{p^2}{q^2} + 2\right)^2 - 9\frac{p^2}{q^2} \\
&= \left(\frac{p^2}{q^2} + \frac{3p}{q} + 2\right)\left(\frac{p^2}{q^2} - \frac{3p}{q} + 2\right)
\end{aligned}$$

(ख) $y^4 + \frac{1}{y^4} - 7$

$$\begin{aligned}
&= (y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 - 7 \\
&= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2 \cdot y^2 \cdot \frac{1}{y^2} - 7 \\
&= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2 - 7 \\
&= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 9 \\
&= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - (3)^2 \\
&= \left(y^2 + \frac{1}{y^2} - 3\right)\left(y^2 + \frac{1}{y^2} + 3\right) \\
&= \left(y^2 - 3 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^2 + 3 + \frac{1}{y^2}\right)
\end{aligned}$$

क्रियाकलाप ३

प्रश्न (क) $x^2 - 12x - 28 + 16y - y^2$

$$\begin{aligned}
&= x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + (6)^2 - (6)^2 - 28 + 16y - y^2 \\
&= (x - 6)^2 - 36 - 28 + 16y - y^2 \\
&= (x - 6)^2 - 64 + 16y - y^2 \\
&= (x - 6)^2 - (64 - 16y + y^2) \\
&= (x - 6)^2 - [(8)^2 - 2 \times 8 \times y + (y)^2] \\
&= (x - 6)^2 - (8 - y)^2 \\
&= [(x - 6) - (8 - y)][(x - 6) + (8 - y)] \\
&= [x - 6 - 8 + y][x - 6 + 8 + y] \\
&= (x + y - 14)(x - y + 2)
\end{aligned}$$

प्रश्न (ख) $m^4 + 9 - 7m^2 - 2mn - n^2$

$$\begin{aligned}
&= m^4 + 9 - 6m^2 - m^2 - 2mn - n^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= m^4 - 6m^2 + 9 - (m^2 - 2mn + n^2) \\
&= (m^2)^2 - 2 \times m^2 \times 3 + 3^2 - (m - n)^2 \\
&= (m^2 - 3)^2 - (m - n)^2 \\
&= [(m^2 - 3) - (m - n)][(m^2 - 3) + (m - n)] \\
&= (m^2 - 3 - m + n)(m^2 - 3 + m - n)
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

खण्डीकरण गर्नुहोस् : $1 - 2x + y - x^2y + x^2$

गृहकार्य

1. पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 194 को अभ्यास 9.2को प्रश्न न. 1 र 2 का अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्नुहोस् ।
2. पृष्ठ 194 को प्रश्न 3 र पृष्ठ 195 को प्रश्न 4 का अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्नुहोस् ।
3. पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 195 को प्रश्नहरू 5/6 का अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्नुहोस् :

(क) $a^4 + 2ma^3 + m^2a^2 - b^4$

(ख) $(1 - x^2)(1 - y^2) + 4xy$

(ग) $x^4 + (2q^2 - p^2)x^2 + y^4$

पाठ : १०

महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य

परिचय

यस पाठमा विभिन्न बीजीय अभिव्यञ्जकहरू कसरी खण्डीकरण गर्ने तथा व्यावहारिक जीवनमा हुने महत्तम समापवर्तक (म.स.) एवम् लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) का विभिन्न उदाहरणहरू के के हुन सक्छन् ? कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ? भन्ने जस्ता विषयमाका लागि क्रियाकलापहरू राखिएका छन् । यसबाट महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्यबिचको अन्तरसम्बन्ध थाहा पाउने सिपको विकास गर्ने ध्येय राखिएको छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor) र लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple) पत्ता लगाउन

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	दुई बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको महत्तम समापवर्तक	2	
2.	तीन बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको महत्तम समापवर्तक	1	
3.	दुई बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको लघुत्तम समापवर्त्य	1	
4.	तीन बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको लघुत्तम समापवर्त्य	2	

पहिलो र दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि :

- दुई बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, विभिन्न रङका मार्करहरू

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 197 को क्रियाकलाप 1 विद्यार्थीविच छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीविच खण्डीकरणका विधिहरू छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) पदहरूविच अधिकतम साभा लिन

(आ) बीजीय अभिव्यञ्जकका सूत्रको स्वरूपमा विस्तार गर्ने

जस्तै:

$$(क) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(ख) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(ख) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

आदि

(इ) मध्यपद खण्डीकरण गर्ने

(ई) यथास्थितिमा छोड्ने

(ग) विद्यार्थीविच दुई अभिव्यञ्जकहरू प्रस्तुत गरी खण्डीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{पहिलो अभिव्यञ्जक} = x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} = x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

मूल्याङ्कन

तलका प्रश्नहरू सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(अ) के ती दुई अभिव्यञ्जकका गुणनखण्डहरूमा केही साभा गुणनखण्ड छन् ? छन् भने के के छन् ?

(आ) ती साभा गुणनखण्डलाई के भनिन्छ ?

(इ) यदि दिइएका अभिव्यञ्जकहरू विचमा साभा गुणनखण्ड नभएको भए म.स. कति हुन्थ्यो ?

क्रियाकलाप २

मूल्याङ्कन

(अ) चित्र a र b मा अभिव्यञ्जकहरू A र B मा साभा गुणनखण्डहरू छन् वा छैनन् ? के के छन् ?

(आ) चित्र a मा अभिव्यञ्जकहरू A र B के के हुन् ?

(इ) चित्र b मा अभिव्यञ्जकहरू A र B के के हुन्छन् ?

क्रियाकलाप ३

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 203 को प्रश्न न. 3 का बीजीय अभिव्यञ्जकहरू छलफलद्वारा खण्डीकरण गर्न लगाउनुहोस् र तिनीहरूबिचको म.स. पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

दिइएका दुई अभिव्यञ्जकहरूका म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :

$$\begin{aligned}\text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= 6x^2y(6x^4 - x^3 - 2x^2) \\ &= 6x^2y \times x^2(6x^2 - x - 2) \\ &= 6x^2y \times x^2[6x^2 - (4 - 3)x - 2] \\ &= 6x^2y \times x^2[2x(3x - 2) + 1(3x - 2)] \\ &= 6x^2y \times x^2[(3x - 2)(2x + 1)] \\ &= 2 \times 3 \times x \times x \times x \times x \times y \times (3x - 2) \times (2x + 1) \\ \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= 10xy^2(2x^6 + 3x^5 + x^4) \\ &= 10xy^2 \times x^4(2x^2 + 3x + 1) \\ &= 10xy^2 \times x^4[2x^2 + (2 + 1)x + 1] \\ &= 10xy^2 \times x^4[2x(x + 1) + 1(x + 1)] \\ &= 10xy^2 \times x^4[(2x + 1)(x + 1)] \\ &= 2 \times 5 \times x \times y \times y \times x \times x \times x \times x \times (2x + 1) \times (x + 1) \\ \therefore \text{म.स.} &= 2 \times x \times x \times x \times x \times y \times (2x + 1) \\ &= 2x^4y(2x + 1)\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

1. म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ) $a^2 + 4ab + 4b^2 - c^2$ र $a^2 + ac - 4b^2 - 2bc$

(आ) $x^2 - 10x + 24 + 6y - 9y^2$ र $x^2 + 3xy - 4y^2$

(इ) $8p^2 + 1$ र $16p^4 - 4p^2 + 4p - 1$

गृहकार्य

1. रामसँग रु. $(8x^3 + y^3)$ र श्यामसँग रु. $(16x^4 + 4x^2y^2 + y^4)$ रकम छन् । यदि दुवै जना मिलेर एउटा व्यवसाय गर्नुपर्दा दुवैले कम्तीमा बराबर कति रकम लगानी गर्न सक्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. कुनै दुईओटा बीजीय अभिव्यञ्जकहरू A र B छन् । यदि अभिव्यञ्जक B अभिव्यञ्जक A को गुणनखण्ड हो भने ती अभिव्यञ्जकहरूका म.स. कति हुन्छ ?
3. पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 203 को अभ्यास 10.1 को प्रश्न न. 1 देखि 3 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तीनओटा बीजीय अभिव्यञ्जकहरूसम्मको महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, विभिन्न रङका मार्करहरू

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) नहेरीकन प्रत्येक समूहबाट 1/1 जनालाई अगाडि बोलाएर नहेरीकन बुट्टाबाट 1/1 ओटा फ्लासकार्ड लगाउनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा चार्टपेपर, मार्कर पनि दिनुहोस् ।
- (घ) हरेक समूहलाई आफूले पाएको फ्लास कार्डमा दिइएको चित्र हेरी सोधिएका प्रश्नहरूको उत्तर पहिले मौखिक रूपमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) छलफलपश्चात् आएको नतिजालाई लेख्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (अ) तीनओटै अभिव्यञ्जकहरूको म.स. कति हुन्छ ?
- (आ) पहिलो र दोस्रो अभिव्यञ्जकहरू कति कति होलान् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीको समूहहरूलाई 3 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई गोलापर्थाबाट नहेरीकन 1/1 ओटा प्रश्न लेखिएको बन्द कागज टिप्न लगाउनुहोस् :
- (अ) म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :
 $m^3 + n^3$, $m^3 - m^2n + mn^2$ र $m^4 + m^2n^2 + n^4$
- (आ) म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :
 $9x^3 - 4xy^2$, $9x^2 + 12xy + 4y^2$ र $27x^3 + 8y^3$
- (इ) म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :
 $x^3 - 3x^2 - x + 3$, $x^3 - 27$ र $x^3 - x^2 - 9x + 9$
- (ग) प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा चार्ट पेपर र आवश्यक विभिन्न रङका मार्करहरू पनि दिनुहोस् ।
- (घ) अब प्रत्येक समूहलाई एउटा निश्चित समय दिनुहोस् । प्रत्येकले पाएका प्रश्नको उत्तर छलफल गरी उत्तरपुस्तिकामा लेख्न लगाउनुहोस् र अन्त्यमा प्राप्त उत्तरलाई सम्बन्ध चित्रमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) त्यसपछि, प्रत्येक समूहलाई आफूले गरेको प्रश्नको उत्तर अगाडि आएर व्याख्या गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) प्रत्येक समूहको प्रस्तुतिपश्चात् उनीहरूले तयार गरेको चार्ट कक्षाकोठाको कुनै एउटा भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) तीनओटा बीजीय अभिव्यञ्जकहरूविच केही पनि साझा गुणनखण्ड नभएको अवस्थामा म.स. कति हुन्छ ?

(आ) म.स. पत्ता लगाउनुहोस् : $x^3 - 8y^3$, $x^2 - 4y^2$ र $x^4 + 4x^2y^2 + 16y^4$

क्रियाकलाप ३

(क) बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको म.स.सम्बन्धी समस्याहरू विद्यार्थीविच छलफल गराउनुहोस् ।

प्रश्न

दिइएका अभिव्यञ्जकको म.स. पत्ता लगाउनुहोस् :

$$x^3 - x^2 - x + 1, 2x^4 - 2x \text{ र } 3x^2 + 3x - 6$$

यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= x^2 - x^2 - x + 1 \\ &= x^2(x - 1) - 1(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 1) \\ &= (x - 1)(x - 1)(x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= 2x^4 - 2x \\ &= 2x(x^3 - 1) \\ &= 2 \times x \times (x - 1) \times (x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तेस्रो अभिव्यञ्जक} &= 3x^2 + 3x - 6 \\ &= 3(x^2 + x - 2) \\ &= 3[x^2 + (2 - 1)x - 2] \\ &= 3[x^2 + 2x - x - 2] \\ &= 3[x(x + 2) - 1(x + 2)] \\ &= 3[(x + 2)(x - 1)] \\ &= 3(x + 2)(x - 1) \end{aligned}$$

सबै अभिव्यञ्जकको एउटा साझा खण्ड $(x - 1)$ भएकाले

म. स. $= (x - 1)$ एकाइ हुन्छ ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 203 को अभ्यास 10.1 को प्रश्न न. 4 का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

म.स. पत्ता लगाउनुहोस् : $(2p^3 - 54)$, $(24p^4 + 18p^2 + 162)$ र $(2p^2 + 6p + 18)$

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका लघुतम समापवर्त्य पत्ता लगाउन ।

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर र फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीविच पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. २०५ को क्रियाकलाप १ मा दिइएको कार्यलाई छलफल गरी त्यससँग भएका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न मदत गर्नुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न: दिइएका दुई अभिव्यञ्जकहरू $x^3 - 125y^3$ र $x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4$ रहेका छन् ।

(अ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

(आ) ती अभिव्यञ्जकहरूका साभा गुणनखण्ड के के हुन्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरूका साभावाहेकका गुणनखण्ड के के छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) साभा गुणनखण्ड र बाँकी गुणनखण्ड गुणन गर्दा प्राप्त हुने नतिजालाई के भनिन्छ ?

(उ) उक्त नतिजालाई उपयुक्त चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ऊ) दुईओटा बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणनफल तथा ती अभिव्यञ्जकहरूको ल.स. र म.स. को गुणनफल

पत्ता लगाई अवलोकन गर्नुहोस् र के नतिजा आयो, समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(अ) यहाँ,

दिइएका अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्दा,

$$\begin{aligned} \text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= x^3 - 125y^3 \\ &= x^3 - 5^3y^3 \\ &= (x)^3 - (5y)^3 \\ &= (x - 5y)[(x)^2 + x \cdot 5y + (5y)^2] \\ &= (x - 5y)[x^2 + 5xy + 25y^2] \\ &= (x - 5y) \times (x^2 + 5xy + 25y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4 \\ &= x^4 + 625y^4 + 25x^2y^2 \\ &= (x^2)^2 + (25y^2)^2 + 25x^2y^2 \\ &= (x^2 + 25y^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 25y^2 + 25x^2y^2 \\ &= (x^2 + 25y^2)^2 - 25x^2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (x^2 + 25y^2)^2 - (5xy)^2 \\
&= (x^2 + 25y^2 - 5xy)(x^2 + 25y^2 + 5xy) \\
&= (x^2 - 5xy + 25y^2) \times (x^2 + 5xy + 25y^2)
\end{aligned}$$

(आ) दिइएका दुईओटा अभिव्यञ्जकहरूका गुणनखण्ड अवलोकन गरी साभा गुणनखण्ड पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$\text{साभा गुणनखण्ड} = (x^2 + 5xy + 25y^2)$$

(इ) तेस्रो प्रश्नअनुसार साभाबाहेकका गुणनखण्ड $(x - 5y)$ र $(x^2 - 5xy + 25y^2)$ छन् ।

(ई) चौथो प्रश्नअनुसार साभा गुणनखण्ड र साभाबाहेकका गुणनखण्डको गुणनफल

$$\begin{aligned}
&= (x^2 + 5xy + 25y^2) \times (x - 5y) \times (x^2 - 5xy + 25y^2) \\
&= (x - 5y) \times (x^2 + 5xy + 25y^2) \times (x^2 - 5xy + 25y^2) \\
&= (x^3 - 125y^3)(x^2 - 5xy + 25y^2)
\end{aligned}$$

साभा गुणनखण्ड र बाँकी गुणनखण्डलाई गुणन गर्दा प्राप्त हुने नतिजालाई ल.स. भनिन्छ ।

अब,

$$x^3 - 125y^3 \text{ र } x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4 \text{ को म.स.} = (x^2 + 5xy + 25y^2)$$

त्यस्तै,

$$x^3 - 125y^3 \text{ र } x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4 \text{ को ल.स.} = (x^3 - 125y^3)(x^2 - 5xy + 25y^2)$$

यहाँ,

$$\begin{aligned}
&x^3 - 125y^3 \text{ र } x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4 \text{ को म.स. र ल.स.को गुणनफल} \\
&= (x^3 - 125y^3)(x^2 - 5xy + 25y^2) \times (x^2 + 5xy + 25y^2) \\
&= (x^3 - 125y^3)(x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4)
\end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$x^3 - 125y^3 \text{ र } x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4 \text{ को गुणनफल} = (x^3 - 125y^3)(x^4 + 25x^2y^2 + 625y^4)$$

तसर्थ यदि दुईओटा अभिव्यञ्जकहरू मात्र भए,

$$\text{म.स.} \times \text{ल.स.} = \text{पहिलो अभिव्यञ्जक} \times \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक}$$

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीविच पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. २०७ को क्रियाकलाप २ मा दिइएको कार्यलाई छलफल गरी त्यससँग भएका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न मदत गर्नुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न: दिइएका तीन अभिव्यञ्जकहरू $(x - y)^2 + 4xy$, $(x + y)^3 - 3xy(x + y)$ र $x^2 - y^2$ रहेका छन् ।

(अ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

(आ) तीनै अभिव्यञ्जकहरूका साभा गुणनखण्ड के के हुन्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरूका साभावाहेकका गुणनखण्ड के के छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) ती अभिव्यञ्जकहरूका ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, दिइएका अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्दा,

$$\begin{aligned}\text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= x^2 - 2xy + y^2 + 4xy \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (x + y) \times (x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= (x + y) [(x + y)^2 - 3xy] \\ &= (x + y)[(x^2 + 2xy + y^2) - 3xy] \\ &= (x + y)[x^2 + 2xy + y^2 - 3xy] \\ &= (x + y) \times (x^2 - 2xy + y^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{तेस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^2 - y^2 \\ &= (x + y)(x - y) \\ &= (x + y) \times (x - y)\end{aligned}$$

यसरी दिइएका तीनओटा अभिव्यञ्जकहरूका गुणनखण्ड अवलोकन गर्दा,

$$\text{साभा गुणनखण्ड} = (x + y)$$

तीन अभिव्यञ्जकहरूमा साभावाहेकका गुणनखण्ड $(x + y)$, $(x^2 - 2xy + y^2)$ र $(x - y)$ छन् ।

$$\begin{aligned}\text{ल.स.} &= \text{साभा गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्ड} \\ &= (x + y) \times (x + y) \times (x^2 - 2xy + y^2) \times (x - y) \\ &= (x^2 - y^2)(x^3 + y^3)\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका तीन अभिव्यञ्जकहरू $(a - b)^2$, $a^3 - b^3$ र $a^2 - b^2$ रहेका छन् ।

(अ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरू खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

(आ) तीनै अभिव्यञ्जकहरूका साभा गुणनखण्ड के के हुन्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएका अभिव्यञ्जकहरूका साभावाहेकका गुणनखण्ड के के छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) ती अभिव्यञ्जकहरूका ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 212 को प्रश्न न. 1 देखि 6 सम्मका प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तीन बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका लघुत्तम समापवर्त्य पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 210 को उदाहरण 2 मा दिइएको कार्यलाई छलफल गरी त्यससँग भएका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न मदत गर्नुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न: दिइएका अभिव्यञ्जकहरूको ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$x^2y - 2xy - 3x + 6, \quad x^3 - 2x^2 + 8 - 4x \quad \text{र} \quad x^2 - 4$$

दिइएका अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्दा,

$$\begin{aligned} \text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= x^2y - 2xy - 3x + 6 \\ &= xy(x - 2) - 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(xy - 3) \\ &= (x - 2) \times (xy - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^3 - 2x^2 + 8 - 4x \\ &= x^2(x - 2) - 4x + 8 \\ &= x^2(x - 2) - 4(x - 2) \\ &= (x - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x - 2) \times (x - 2) \times (x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तेस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^2 - 4 \\ &= (x + 2)(x - 2) \\ &= (x + 2) \times (x - 2) \end{aligned}$$

यहाँ,

तीनओटा अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गरी प्राप्त भएका गुणनखण्डहरूलाई अवलोकन गर्दा

तीनओटै अभिव्यञ्जकहरूमा साझा भएको गुणनखण्ड = $(x - 2)$

$$\begin{aligned} \text{त्यसरी नै, ल.स.} &= \text{साझा गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्डहरू} \\ &= (x - 2) \times (x + 2) \times (xy - 3) \times (x - 2) \\ &= (x - 2)(xy - 3)(x^2 - 4) \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका अभिव्यञ्जकको ल.स. र म.स. निकाल्नुहोस् :

$$a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1 \text{ र } a^2 - a + 1$$

विचारणीय प्रश्न : कुनै दुई अभिव्यञ्जकहरूमा मात्र साभ्ना गुणनखण्ड भएमा त्यसलाई साभ्ना गुणनखण्डका रूपमा लिन सकिन्छ वा सकिदैन ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको विजीय अभिव्यञ्जक दिई लघुत्तम समापवर्त्य निकाल्न लगाउनुहोस् :

$$x^2 - 3x + 2, \quad x^2 - 5x + 6 \text{ र } x^2 + x - 2$$

$$\begin{aligned} \text{पहिलो अभिव्यञ्जक} &= x^2 - 3x + 2 \\ &= x^2 - 2x - x + 2 \\ &= x(x - 2) - 1(x - 2) \\ &= (x - 2)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 - 2x - 3x + 6 \\ &= x(x - 2) - 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(x - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तेस्रो अभिव्यञ्जक} &= x^2 + x - 2 \\ &= x^2 + 2x - x - 2 \\ &= x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 1) \end{aligned}$$

(ख) विद्यार्थीलाई माथिका विजीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनखण्डका आधारमा लघुत्तम समापवर्त्य निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{साभ्ना गुणनखण्ड} = (x - 2)(x - 1)$$

$$\text{बाँकी गुणनखण्ड} = (x - 3)(x + 2)$$

$$\text{लघुत्तम समापवर्त्य} = \text{साभ्ना गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्ड} = (x - 2)(x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 213 को प्रश्न न. 7 र 8 पूरा गर्नुहोस् ।

(ख) म.स. र ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् :

$$(27y^3 + 1), \quad (81y^4 - 9y^2 + 6y - 1) \text{ र } (9y^3 - 3y^2 + y)$$

पाठ : ११

दुई चलयुक्त समीकरण

परिचय

दुई चलयुक्त समीकरणले दुई फरक फरक मान भएका चललाई कुनै एक गणितीय सम्बन्धमा व्यक्त गर्न मदत गर्दछ । यस्ता दुई चलयुक्त समीकरणलाई समाधान गर्न एक जोडा समीकरणहरू आवश्यक पर्दछन् । यस्ता दुई चलयुक्त समीकरणहरूलाई विभिन्न विधिहरूबाट हल गर्न सकिन्छ । यस पाठमा व्यावहारिक जीवनमा हुने दुई चलयुक्त समीकरण विभिन्न उदाहरणहरू के के हुन सक्छन् ? यिनै विषयमा छलफल, समाधान, खोजविधि र परियोजना कार्यहरूबाट दुई चलयुक्त समीकरणका विभिन्न कुराहरू पत्ता लगाउने सिपको विकास हुने छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणहरूसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण हल गर्ने ग्राफ विधि	1	
2.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण हल गर्ने प्रतिस्थापन विधि	1	
3.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण हल गर्ने हटाउने विधि	1	
4.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू	1	
5.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू (उमेरसम्बन्धी)	1	
6.	दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू (दुई अङ्कहरूको एक सङ्ख्यासम्बन्धी र थप अरू)	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई चलयुक्त युगपद रेखीय समीकरणहरूको पहिचान गर्न
- दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणहरू ग्राफ विधिबाट हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफ पेपर, रूलर, पेन्सिल

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरूबारे केही समय छलफल गराउनुहोस् ।

अ) $5x - 15 = 0$ कस्तो प्रकारको समीकरण हो ?

आ) $2x + 3y = 10$ कस्तो प्रकारको समीकरण हो ?

(ख) अब विद्यार्थीलाई आआफ्नो उत्तरपुस्तिका लिन लगाउनुहोस् र सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुई समूहमा बाँड्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक विद्यार्थीलाई एक एकओटा ग्राफमा X - अक्ष र Y - अक्ष तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई एक जोडा दुई चलयुक्त समीकरण आआफ्नो कापीमा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } x + y = 5 \quad \text{र} \quad 2x - y = 4$$

(ङ) अब विद्यार्थीलाई छलफल गरी पहिलो समीकरण लिई x र y का मानहरू पत्ता लगाई तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

(यसका लागि समीकरणमा भएका दुई चलमानहरूमध्ये एउटालाई दायँतर्फ लानुहोस् ।)

$$\text{जस्तै : } x + y = 5 \text{ मा } x = 5 - y$$

(च) अब तलको तालिकामा y का पूर्णाङ्क मानहरू छलफल गरी इच्छा लागेको राख्न लगाउनुहोस् र सो राख्दा आउने

x को मान तालिकामा हिसाब गर्दै भर्न लगाउनुहोस् ।

x	5	3
y	0	2

(छ) यसरी तालिकाबाट अब बिन्दुहरू तयार गर्दै जान लगाउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } (5, 0), (3, 2), \dots\dots\dots$$

(ज) अब दोस्रो समीकरण पनि सरलीकरण गरी तालिकामा मानहरू पहिलो जस्तै गरी भर्न लगाउनुहोस् र दोस्रो समीकरणबाट पनि बिन्दुहरू बनाउँदै जानुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } 2x - y = 4$$

$$\text{अथवा, } 2x = 4 + y$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{4 + y}{2}$$

x	2	4
y	0	4

(भ) जब दुवै समीकरणका लागि लगभग ४ वा ५ ओटा बिन्दुहरू तयार हुन्छ तब उक्त बिन्दुहरू पालैपालो राम्रोसँग ग्राफमा खिचन लगाउनुहोस् र दुवै रेखाहरूको एक अर्कासँग प्रतिच्छेदन गर्ने बिन्दुको निर्देशांक टिपोट गर्न लगाउनुहोस्

(ट) यसरी आएको बिन्दुको निर्देशांकलाई दुवै समीकरणहरूमा राखेर जाँच गर्नुहोस् ।

(ठ) ठिक भएमा यसरी आएको निर्देशांकका $X -$ खण्ड र $Y -$ खण्डहरू नै उक्त दुई युगपदहरूको x र y का मानहरू हुन्छन् ।

(ड) यस्तो क्रियाकलाप आवश्यकतानुसार फरक फरक दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणहरूका निम्ति दोहोर्‍याउन

लगाउनुहोस् र प्रत्येक पटक आएको x र y का मानहरू निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

के दुई चलयुक्त समीकरणहरूलाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्दा एकभन्दा बढी बिन्दुहरूमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् ?

गृहकार्य

ग्राफको प्रयोग गरी तलको दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरण हल गर्नुहोस् :

$$3x - y = 5 \quad \text{र} \quad 2x + 3y = 7$$

क्रियाकलाप २

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. २१६ को क्रियाकलाप २ विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् र त्यसपछि तल दिइएका प्रश्नहरू पुनः विद्यार्थीबिच छलफल गराई उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न: दिइएको दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणहरू ग्राफ विधिबाट समाधान गर्नुहोस् ।

$$x + 2y = 5 \quad \text{र} \quad 3x - 5y = 4$$

(क) दुवै समीकरणहरूलाई पालैपालो x वा y को मानको रूपमा व्यक्त गर्ने र दायाँतर्फ रहेको चलको मान फरक फरक राखी बायाँतर्फको चलको मान हिसाब गरी निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$x + 2y = 5 \dots \dots \dots (i)$$

$$3x - 5y = 4 \dots \dots \dots (ii)$$

यहाँ, समीकरण (i) बाट

$$x + 2y = 5$$

$$\Rightarrow x = 5 - 2y$$

x	3	1	-1
y	1	2	3

समीकरण (ii) बाट

$$3x - 5y = 4$$

$$\Rightarrow 3x = 4 + 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 + 5y}{3}$$

x	3	-2	13
y	1	-2	7

(ख) X - अक्ष र Y - अक्ष तयार गरिएको ग्राफमा पहिलो तालिकाबाट प्राप्त निर्देशाङ्कहरू अङ्कित गर्न लगाउनुहोस्

जस्तै: (3, 1), (1, 2) र (-1, 3) लाई ग्राफमा प्रस्तुत गराउनुहोस् ।

(ग) त्यसरी नै सोही ग्राफमा दोस्रो तालिकाबाट प्राप्त निर्देशाङ्कहरू पनि अङ्कित गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) ग्राफमा रेखाहरू एकअर्कासँग प्रतिच्छेदन भएका छन् वा छैनन् हेरि प्रतिच्छेदन भएका छन् भने उक्त प्रतिच्छेदित बिन्दु अङ्कन गरी निर्देशाङ्क टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

दुई रेखाहरू (3, 1) बिन्दुमा काटिएको देखिन्छ ।

त्यसकारण,

x को मान = 3 र

y को मान = 1 हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

(अ) x र y को मान क्रमशः र लाई समीकरणमा राखी परीक्षण गर्नुहोस् ।

(आ) सोही दुई चलयुक्त युगपत समीकरणहरूका लागि x र y को मान थप अरू पनि सम्भव छ ? वा छैन ? किन ? छलफल गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

दिइएका दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरण ग्राफविधिबाट हल गर्नुहोस् ।

(क) $x + y = 7$ र $3x - 2y = 11$

(ख) $2x + 3y = 1$ र $4x - y = 9$

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणहरू प्रतिस्थापन विधिबाट हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. २१७ को क्रियाकलाप ३ मा दिइएको प्रतिस्थापन विधिलाई विद्यार्थीबिच छलफल

गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) दिइएको दुईचलयुक्त रेखीय समीकरणहरू प्रतिस्थापन विधिबाट हल गर्न लगाई त्यसपछिका प्रश्नहरू छलफल गराउनुहोस् ।

$$2x + 3y = 8 \text{ र } 3x - y = 1$$

यहाँ,

$$2x + 3y = 8 \dots\dots\dots(i)$$

$$\Rightarrow 2x = 8 - 3y$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 - 3y}{2}$$

$$3x - y = 1 \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) बाट x को मान y को रूपमा निकालिएको (आवश्यकतानुसार y को मान x को रूपमा पनि निकाल्न

सकिन्छ।) छ। यसलाई समीकरण (ii) मा रहेको x को मानमा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$3x - y = 1$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{8 - 3y}{2}\right) - y = 1$$

$$\Rightarrow \frac{24 - 9y}{2} - y = 1$$

$$\Rightarrow \frac{24 - 9y - 2y}{2} = 1$$

$$\Rightarrow 24 - 11y = 2$$

$$\Rightarrow -11y = -22$$

$$\therefore y = 2$$

अब, $y = 2$ मा समीकरण (i) मा राख्दा,

$$2x + 3y = 8$$

$$\Rightarrow 2x + 3 \times 2 = 8$$

$$\Rightarrow 2x + 6 = 8$$

$$\Rightarrow 2x = 2$$

$$\therefore x = 1$$

मूल्याङ्कन

(अ) समीकरण (i) बाट समीकरण (ii) मा x को मान प्रतिस्थापन गर्नुको सट्टा y को मान प्रतिस्थापन गरेको भए के हुन्थ्यो ?

(आ) के समीकरण (ii) बाट x वा y चलको मान निकालेर समीकरण (i) मा राखेको भए पनि x र y को मानहरू उही नै आउँछ होला ?

(इ) के ग्राफ विधिबाट पनि यही नै मानहरू पाउन सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहबाट १/१ जनालाई अगाडि बोलाउनुहोस् र नहेरिकन फ्लास कार्ड तान्न लगाउनुहोस् ।

क) $2x - 3y = 6$ र $x - 3y = 0$

ख) $5x - y = 3$ र $3x - y = 1$

ग) $4x + 3y = 1$ र $x - 2y = 3$

(ग) प्रत्येकले आफूले पाएको फ्लास कार्डमा भएको प्रश्नहरू छलफल गरी उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहले आफूले प्राप्त गरेको उत्तरलाई चार्ट पेपरमा लेख्न लगाउनुहोस् र उक्त उत्तरहरू लेखिएका चार्ट पेपर कक्षाकोठाको कुनै खालि भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) अन्त्यमा हरेक विद्यार्थीलाई अगाडि आएर पालैपालो ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

x र y को मानहरू समीकरणहरूमा राखी परीक्षण गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 222 को प्रश्न न.1 का प्रश्नहरू छलफल गरि प्रतिस्थापन विधिबाट हल गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई चल्युक्त रेखीय समीकरणहरू हटाउने विधिबाट हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 220 को क्रियाकलाप 3 मा दिइएको हटाउने विधिलाई विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) तल दिइएको दुईचल्युक्त रेखीय समीकरणहरू हटाउने विधिबाट हल गर्न लगाउनुहोस् र त्यसपछिका प्रश्नहरू छलफल गराउनुहोस् ।

$$5x + 2y = 9 \text{ र } x + 6y = 13$$

यहाँ,

$$5x + 2y = 9 \dots\dots\dots(i)$$

$$x + 6y = 13 \dots\dots\dots(ii)$$

(ग) दुवै समीकरणका कुनै चलराशिको गुणाङ्कलाई एउटै बनाई समीकरणहरू आवश्यकतानुसार जोड्ने वा घटाउने काम गराउनुहोस् ।

(यहाँ चलराशि एउटै चिह्नमा भए घटाउने र फरक फरक चिह्नमा भए जोड्ने गर्नुपर्छ ।)

यहाँ,

y लाई हटाएर x को मान निकाल्न समीकरण (i) लाई 3 ले गुणन गर्ने,

$$5x + 2y = 9 \text{] } \times 3 \quad (2 \text{ र } 6 \text{ को ल.स. } 6 \text{ हुने भएकाले})$$

$$15x + 6y = 27 \dots\dots\dots(iii)$$

समीकरण (iii) बाट समीकरण (ii) घटाउँदा,

$$15x + 6y = 27$$

$$x + 6y = 13$$

— — —

$$\Rightarrow 15x - x = 27 - 13$$

$$\Rightarrow 14x = 14$$

$$\therefore x = 1$$

फेरि, x को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$x + 6y = 13$$

$$\Rightarrow 1 + 6y = 13$$

$$\Rightarrow 6y = 12$$

$$\therefore y = 2$$

मूल्याङ्कन

(अ) समीकरण (i) र समीकरण (ii) बाट x मान हटाउन सकिन्थ्यो वा सकिँदैनथ्यो ? कसरी ?

(आ) यदि x चल हटाउने हो भने समीकरणहरूलाई कति कति सङ्ख्याहरूले गुणन गर्नुपर्दथ्यो ?

(इ) के ग्राफ विधि र प्रतिस्थापन विधिबाट पनि यही नै उत्तरहरू पाउन सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहबाट १/१ जनालाई अगाडि बोलाउनुहोस् र नहेरिकन फ्लास कार्ड तान्न लगाउनुहोस् ।

$$(अ) 3x - 2y = 7 \quad र \quad 2x - 3y = 3$$

$$(आ) 4x - y = 2 \quad र \quad 3x + y = 5$$

$$(इ) 4x + 3y = 15 \quad र \quad x - 2y = 1$$

(ग) प्रत्येकले आफूले पाएको फ्लास कार्डमा भएको प्रश्नहरू छलफल गरी उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहले आफूले प्राप्त गरेको उत्तरलाई चार्ट पेपरमा लेख्न लगाउनुहोस् र उक्त उत्तरहरू लेखिएका चार्ट पेपर कक्षाकोठाको कुनै खालि भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) अन्त्यमा हरेक विद्यार्थीलाई अगाडि आएर पालैपालो ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

प्रत्येक दुई चल्युक्त रेखीय समीकरणहरू समाधानपछि x र y को मानहरू समीकरणहरूमा राखेर परीक्षण गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 223 को प्रश्न न. 2 का प्रश्नहरू छलफल गरि हटाउने विधिबाट हल गर्नुहोस् ।

चौथो, पाँचौं र छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- शाब्दिक समस्याहरूबाट दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण बनाइ हल गर्न
- शाब्दिक समस्याहरूबाट एक चलयुक्त रेखीय समीकरण बनाइ नमुना चित्रण विधिबाट हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

युगपत रेखीय समीकरणका शाब्दिक प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई केही समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा फ्लास कार्ड बाँड्नुहोस् जसमा एकै किसिमका प्रश्नहरू हुन्छन् । ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू विद्यार्थीका समूहहरूलाई मौखिक रूपमा नै भन्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. उमेशको अहिलेको उमेर x वर्ष छ भने 10 वर्षपछि उसको उमेर कति हुने छ ?
2. सरिताको हालको उमेर y वर्ष छ भने 5 वर्षअघि उसको उमेर कति थियो होला ?
3. उत्सवसँग जम्मा रु. 50 छ । यदि महिमासँग उत्सवको भन्दा दुई गुणा बढी रकम छ भने महिमासँग जम्मा कति रकम रहेछ ?
4. यदि एउटा समकोण त्रिभुजका दुई न्यूनकोणहरू x र y भए तिनीहरूबिचको सम्बन्ध के हुन्छ ?
5. y र x क्रमशः एक स्थान र दश स्थानमा भएका दुई अङ्क सङ्ख्यालाई कसरी जनाउन सकिन्छ ? साथै उक्त सङ्ख्याको विपरित सङ्ख्या कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 224 को क्रियाकलाप 1 मा भएको शाब्दिक समस्या र त्यसका विभिन्न हलका विधिहरू कही समयपछि छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई केही समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई छलफल गराउन चार्ट पेपरमा लेखिएको एउटा प्रश्न कक्षाकोठाको भित्तामा टाँस्नुहोस् ।

प्रश्न

रामसँग उमाभन्दा दुई गुणा 1 बढी चकलेट छ । यदि उनीहरूसँग जम्मा 13 ओटा चकलेटहरू छन् भने ती प्रत्येकसँग कति कति ओटा चकलेट छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{रामसँग भएको चकलेट} = x \text{ मानौं}$$

$$\text{उमासँग भएको चकलेट} = y \text{ मानौं}$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{रामसँग भएको चकलेट} = 2 \times \text{उमासँग भएको चकलेट} + 1 \text{ चकलेट}$$

$$x = 2y + 1 \dots \dots \dots (i)$$

फेरि,

रामसँग भएको चकलेट + उमासँग भएको चकलेट = 13 चकलेट

$$x + y = 13 \dots \dots \dots (ii)$$

समीकरण (i) बाट x को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$x + y = 13$$

$$\Rightarrow 2y + 1 + y = 13$$

$$\Rightarrow 3y = 13 - 1$$

$$\Rightarrow 3y = 12$$

$$\therefore y = 4$$

त्यस्तै, $y = 4$ को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$x = 2y + 1$$

$$\Rightarrow x = 2 \times 4 + 1$$

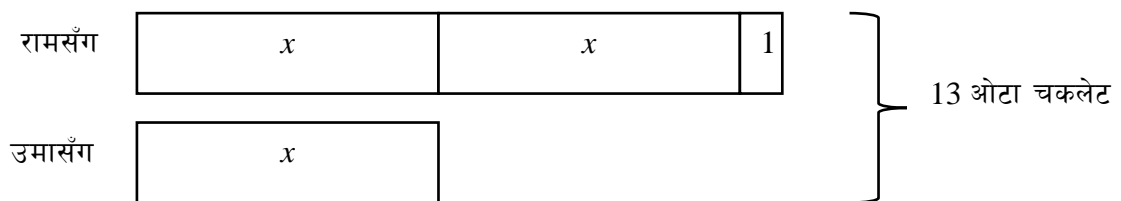
$$\therefore x = 9$$

अतः रामसँग जम्मा 9 ओटा चकलेट रहेछन् र उमासँग जम्मा 4 ओटा चकलेट रहेछन् ।

(घ) माथिको समस्यालाई नमुना चित्रण विधिबाट कसरी समाधान गर्न सकिन्छ भन्ने प्रश्न गर्दै चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।

समस्या : रामसँग उमाभन्दा दुई गुणा 1 बढी चकलेट छ । यदि उनीहरूसँग जम्मा 13 ओटा चकलेटहरू छन् भने ती प्रत्येकसँग कति कतिओटा चकलेट छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

नमुना चित्रण विधि



$$x + 2x + 1 = 13$$

$$\text{or, } 3x = 13 - 1$$

$$\text{or, } x = \frac{12}{3} =$$

$$\therefore x = 4$$

अतः रामसँग $= 2x + 1 = 2 \times 4 + 1 = 9$ ओटा चकलेट रहेछन् भने र उमासँग $= x = 4$ ओटा चकलेट रहेछन् ।

मूल्याङ्कन

- (अ) यदि रामसँग उमाको भन्दा तीन गुणा 1 बढी चकलेट भएको भए कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?
- (आ) के जम्मा चकलेटको सङ्ख्या परिवर्तन नगरीकन उनीहरूमा बराबर चकलेट हुने अवस्था हुन्छ ?
- (इ) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 234 को प्रश्न न. 1 देखि 4 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई केही समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा फ्लास कार्ड बाँड्नुहोस् जसमा एकै किसिमका प्रश्नहरू हुन्छन् । ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू विद्यार्थीका समूहहरूलाई मौखिक रूपमा नै भन्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. राम र उमेशको उमेर क्रमशः 15 र 20 वर्ष भए उनीहरूको उमेरको अनुपात कति हुन्छ ?
2. सरिता र उत्सवैको हालको उमेर 10 र 14 वर्ष भए 4 वर्षपछि उनीहरूको उमेरको अनुपात कति हुन्छ ?
3. मोहन र सेविकाको हालको उमेर 8 र 9 वर्ष भए 4 वर्षअघि उनीहरूको उमेरको अनुपात कति थियो ?
4. रोहनको हालको उमेरहरू 14 वर्ष छ । उसको अबको 4 वर्षपछि हुने उमेर र 6 वर्ष अघिको उमेरको अनुपात कति हुन्छ ?
5. राधा र मनिषका हालको उमेरहरू क्रमशः 11 र 14 वर्ष छन् । राधाको अबको 3 वर्षपछि हुने उमेर र मनिषको 6 वर्ष अघिको उमेरको अनुपात कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप ४

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 227 र 228 को उदाहरण 2 र 3 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएको प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

14 वर्षअघि बुबाको उमेर छोरीको उमेरको 4 गुणा थियो । हालको बुबाको उमेर छोरीको 4 वर्षपछि हुने उमेरको दुई गुणा छ भने बुबा र छोरीको हालको उमेर कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

बुबाको अहिलेको उमेर = x मानौं

छोरीको अहिलेको उमेर = y मानौं

प्रश्नानुसार,

$$x - 14 = 4(y - 14)$$

$$\Rightarrow x - 14 = 4y - 56$$

$$\Rightarrow x = 4y - 56 + 14$$

$$\therefore x = 4y - 42 \dots \dots \dots (i)$$

फेरि,

$$x = 2(y + 4) \dots \dots \dots (ii)$$

समीकरण (i) बाट x को मान समीकरण (ii) मा राख्दा

$$\therefore x = 4y - 42$$

$$\Rightarrow 4y - 42 = 2y + 8$$

$$\Rightarrow 4y - 2y = 8 + 42$$

$$\Rightarrow 2y = 50$$

$$\therefore y = 25 \text{ वर्ष}$$

अब,

$$x = 4y - 42$$

$$x = 4 \times 25 - 42$$

$$= 100 - 42$$

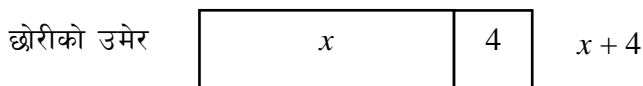
$$= 58 \text{ वर्ष}$$

(ग) माथिको समस्यालाई नमुना चित्रण विधिबाट कसरी समाधान गर्न सकिन्छ भन्ने प्रश्न गर्दै चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।

समस्या : 14 वर्षअगाि बुबाको उमेर छोरीको उमेरको 4 गुणा थियो । हालको बुबाको उमेर छोरीको 4 वर्षपछि हुने उमेरको दुई गुणा छ भने बुबा र छोरीको हालको उमेर कति कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

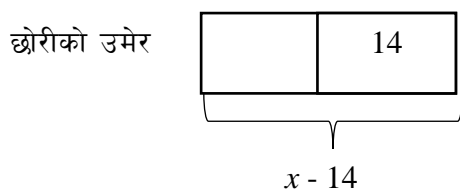
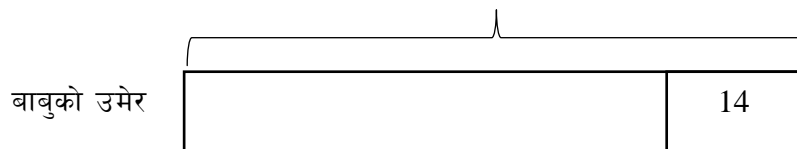
नमुना चित्रण विधि

अहिले छोरीको उमेर = x मान्दा,



14 वर्ष पहिला

$$8 - 14 = 2x - 6$$



$$4(x - 14) = 2x - 6$$

$$\text{or, } 4x - 56 = 2x - 6$$

$$\text{or, } 4x - 2x = 56 - 6$$

$$\text{or, } 2x = 50$$

$$\text{or, } x = \frac{50}{2}$$

$$\therefore x = 25$$

अतः छोरीको हालको उमेर $(x) = 25$ वर्ष र

बुबाको हालको उमेर $(2x + 8) = 2 \times 25 + 8 = 58$ वर्ष

मूल्याङ्कन

(अ) माथिको प्रश्नमा बुबा र छोरीको उमेरको अन्तर कति रहेछ ?

(आ) अबको 10 वर्षपछि उनीहरूको उमेरको अनुपात कति हुने छ होला ?

प्रश्न : २

प्रकाश र विनिशाको उमेरको अनुपात 5:7 छ । 8 वर्ष पहिले उनीहरूको उमेरको अनुपात 7:13 थियो भने उनीहरूको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं,

प्रकाशको हालको उमेर = x वर्ष

विनिशाको हालको उमेर = y वर्ष

प्रश्नानुसार,

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$$

अथवा, $7x = 5y$

$$\therefore x = \frac{5y}{7} \dots \dots \dots (i)$$

फेरि,

$$\frac{x-8}{y-8} = \frac{7}{13}$$

$$\Rightarrow 13(x-8) = 7(y-8)$$

$$\Rightarrow 13x - 104 = 7y - 56$$

$$\Rightarrow 13x - 7y = -56 + 104$$

$$\therefore 13x - 7y = 48 \dots \dots \dots (ii)$$

समीकरण (i) बाट x को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$\therefore 13x - 7y = 48$$

$$\Rightarrow 13\left(\frac{5y}{7}\right) - 7y = 48$$

$$\Rightarrow \frac{65y}{7} - 7y = 48$$

$$\Rightarrow \frac{65y - 49y}{7} = 48$$

$$\Rightarrow 16y = 336$$

$$\therefore y = 21 \text{ वर्ष}$$

y को मान स. (i) मा राख्दा,

$$\therefore x = \frac{5y}{7} = \frac{5 \times 21}{7} = 15 \text{ वर्ष}$$

मूल्याङ्कन

(अ) माथिको प्रश्नमा प्रकाश र विनिशाको उमेरको अन्तर कति रहेछ ?

(आ) अबको 10 वर्षपछि उनीहरूको उमेरको अनुपात कति हुन्छ होला ?

(इ) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 234 र 235 को प्रश्न 2 देखि 11 सम्म पूरा गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ५

विद्यार्थीलाई केही समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा फ्लास कार्ड बाँड्नुहोस् जसमा एकै किसिमका प्रश्नहरू हुन्छन् । ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू विद्यार्थीका समूहहरूलाई मौखिक रूपमा नै भन्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. दुई अङ्कले बनेको एउटा सङ्ख्या 43 हो भने यसको एक र दसौँ स्थानका अङ्कहरू के के हुन् ?
2. दुई अङ्कको कुनै सङ्ख्याको एक स्थानको अङ्क 5 र दश स्थानको अङ्क 7 हो भने उक्त सङ्ख्या कति हुन्छ ? उक्त सङ्ख्याको स्थान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्याभन्दा कति बढी वा कम हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. दुई अङ्कहरूले बनेको सङ्ख्या भन्नाले कतिदेखि कतिको विस्तारमा पर्दछन् ?
4. दुई अङ्कले बनेको एउटा सङ्ख्या 83 हो भने त्यसका अङ्कहरूको स्थान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्याभन्दा कति बढी छ ?

क्रियाकलाप ६

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. २२९ को उदाहरण ४ र ५ मा भएको शाब्दिक समस्या केही समय छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई केही समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

ग) विद्यार्थीलाई केही समय छलफल गराउन चार्ट पेपरमा लेखिएको एउटा प्रश्न कक्षाकोठाको भित्तामा टाँस्नुहोस्

प्रश्न

दुई अङ्कहरूको एउटा सङ्ख्यामा अङ्कहरूको योगफल 11 छ । उक्त सङ्ख्याको अङ्कहरूको स्थानमान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या सुरुको सङ्ख्याभन्दा 45 ले बढी हुन्छ भने सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या} = 10x + y \text{ मानौं ।}$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{एक स्थानको अङ्क} + \text{दश स्थानको अङ्क} = 11$$

$$\Rightarrow x + y = 11$$

$$\therefore x = 11 - y \dots \dots \dots (i)$$

फेरि,

दुई अङ्कको सङ्ख्या + 45 = अङ्कहरूको स्थान परिवर्तन गरिएको सङ्ख्या

$$10x + y + 45 = 10y + x$$

$$\Rightarrow 10x + y - 10y - x = -45$$

$$\Rightarrow 9x - 9y = -45$$

$$\Rightarrow 9(x - y) = -45$$

$$\therefore x - y = -5 \dots \dots \dots (ii)$$

समीकरण (i) बाट x को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$x - y = -5$$

$$\Rightarrow 11 - y - y = -5$$

$$\Rightarrow 11 - 2y = -5$$

$$\Rightarrow -2y = -16$$

$$\therefore y = 8$$

त्यस्तै, $y = 8$ को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$x = 11 - y$$

$$\Rightarrow x = 11 - 8$$

$$\therefore x = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{उक्त सङ्ख्या} &= 10x + y \\ &= 10 \times 3 + 8 \\ &= 38 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

(अ) दुई अङ्कको सङ्ख्या 38 मा अङ्कहरूका बिचमा अर्को कुनै गणितीय सम्बन्ध हुन सक्दछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 235 को प्रश्न न. 11 देखि 18 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घरबाट नजिकको पसलमा गई कुनै दुईओटा दैनिक उपभोग्य सामानको आधा दर्जन वा एक दर्जन वा एक कार्टुन (बक्स) पुरै किन्दा मूल्य कति पर्छ सोध्नुहोस् । उक्त मूल्यका आधारमा युगपत रेखीय समीकरण बनाई ती सामानको एकाइ मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् । साथै धेरै सामान किन्दाको एकाइ मूल्य र एउटा मात्र सामान अथवा 1 kg सामान किनेको अवस्थामा मूल्यमा के कति फरक पाउनुहुन्छ ? यस आधारमा प्रतिवेदन तयार पार्नुहोस् ।

पाठ : १२

घाताङ्क

परिचय

समान आधार भएका एकपदिय अभिव्यञ्जकहरूलाई तिनीहरूको घाताङ्कका नियमहरूको प्रयोग सरलीकरण गर्न सकिन्छ। यस कार्यले ती छरिएर रहेका समान आधारका अभिव्यञ्जकहरूलाई सजिलै पहिचान गर्न, भन्न र लेख्न सकिन्छ। विशेषतः एकपदिय अभिव्यञ्जकको घाताङ्क 2 हुँदा यसले कुनै पनि वर्गाकार वस्तुले ओगट्ने क्षेत्रफल बुझिन्छ भने घाताङ्क 3 हुँदा यसले कुनै पनि घनाकार वस्तुको आयतन बुझिन्छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) घाताङ्कका नियमहरूको अवधारणा विकास गर्न

(ख) घाताङ्कका नियमसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

शैक्षणिक योजना

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	घाताङ्कको नियम प्रयोग गरी सरल गर्न	1	
2.	घाताङ्क सम्बन्धी समस्या समाधान गर्न	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- घाताङ्कका नियमहरू पूनरावृत्ति गर्न
- घाताङ्कका नियमहरू प्रयोग गरी सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा फ्लास कार्ड बाँड्नुहोस् जसमा घाताङ्कका प्रश्नहरू हुन्छन् । ती प्रश्नहरूका उत्तरहरू विद्यार्थीका समूहहरूलाई मौखिक रूपमा नै भन्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. $3^m \times 3^n$ लाई एउटै आधारमा व्यक्त गर्दा कति हुन्छ ?
2. $\left(\frac{p}{q}\right)^a$ लाई ऋणात्मक घाताङ्कमा व्यक्त गर्दा कति हुन्छ ?
3. $a^{a+b}\sqrt{x^{a^2-b^2}}$ लाई मूलचिह्न नराखी लेख्दा कति हुन्छ ?
4. x^{-y} लाई धनात्मक घाताङ्कमा व्यक्त गर्नुहोस् ।
5. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ को मान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. x^0 को मान कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

1. विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 238 मा भएका घाताङ्कका नियमहरूमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
 2. केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्ट पेपरमा लेखिएको प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।
१. समूहमा तलका प्रश्नहरू सरल गर्नुहोस् :

(क) $\sqrt[5]{\left(\frac{243}{32}\right)^{-1}}$

(ख) $\frac{(243)^{-\frac{3x}{5}} \times (27^x)^2}{9^{2x-1} \times 3^{2(1-x)}}$

(क) $\sqrt[5]{\left(\frac{243}{32}\right)^{-1}}$

$$= \left(\left(\frac{243}{32}\right)^{-1}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{-1}{5}}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{5 \times \left(\frac{-1}{5}\right)}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$(ख) \quad \frac{(243)^{-\frac{3x}{5}} \times (27^x)^2}{9^{2x-1} \times 3^{2(1-x)}}$$

$$= \frac{(3)^{5 \times \left(-\frac{3x}{5}\right)} \times (3^{3x})^2}{(3^2)^{2x-1} \times 3^{2-2x}}$$

$$= \frac{3^{-3x} \times 3^{6x}}{3^{2(2x-1)} \times 3^{2-2x}}$$

$$= \frac{3^{-3x+6x}}{3^{4x-2} \times 3^{2-2x}}$$

$$= \frac{3^{3x}}{3^{4x-2+2-2x}}$$

$$= \frac{3^{3x}}{3^{2x-4}}$$

$$= 3^{3x-2x+4}$$

$$= 3^{x+4}$$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 245 को प्रश्न न. 1 पूरा गर्नुहोस् ।

दोस्रो र तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- घाताङ्कका नियमहरू प्रयोग गरी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गरी आजको पाठ तर्फ ध्यानाकर्षण गराउनुहोस् ।
(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 240 को उदाहरण 3 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
(ग) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएको प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न: सरल गर्नुहोस् :

$$(अ) \left(\frac{x^{a+b}}{x}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x}\right)^{c-a}$$

$$(आ) \left(\frac{x^{b+c}}{x^{c-a}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^{a-b}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{a+b}}{x^{b-c}}\right)^{c-a}$$

उत्तरहरू

$$(अ) \left(\frac{x^{a+b}}{x}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x}\right)^{c-a}$$

$$= \frac{x^{(a+b)(a-b)}}{x^{(a-b)}} \times \frac{x^{(b+c)(b-c)}}{x^{(b-c)}} \times \frac{x^{(c+a)(c-a)}}{x^{(c-a)}}$$

$$= \frac{x^{a^2-b^2}}{x^{(a-b)}} \times \frac{x^{b^2-c^2}}{x^{(b-c)}} \times \frac{x^{c^2-a^2}}{x^{(c-a)}}$$

$$= \frac{x^{a^2-b^2+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)}}{x^{(a-b)+(b-c)+(c-a)}}$$

$$= \frac{x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}}{x^{a-b+b-c+c-a}}$$

$$= \frac{x^0}{x^0}$$

$$= \frac{1}{1}$$

$$= 1$$

$$\begin{aligned}
(\text{आ}) & \left(\frac{x^{b+c}}{x^{c-a}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^{a-b}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{a+b}}{x^{b-c}}\right)^{c-a} \\
= & \left(\frac{x^{b+c}}{x^{c-a}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^{a-b}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{a+b}}{x^{b-c}}\right)^{c-a} \\
= & (x^{b+c-(c-a)})^{a-b} \times (x^{c+a-(a-b)})^{b-c} \times (x^{a+b-(b-c)})^{c-a} \\
= & (x^{b+c-c+a})^{a-b} \times (x^{c+a-a+b})^{b-c} \times (x^{a+b-b+c})^{c-a} \\
= & (x^a)^{a-b} \times (x^{b+c})^{b-c} \times (x^{c+a})^{c-a} \\
= & x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times x^{c^2-a^2} \\
= & x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2} \\
= & x^0 \\
= & 1
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

के क्रियाकलाप 3 मा भएका जस्ता प्रश्नहरूको अन्तिम उत्तर सधैं 1 नै आउँछ ? जस्ता प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 241 को उदाहरण 4 का प्रश्नहरू र तिनको उत्तरहरू छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्ट पेपरमा लेखिएको प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

समूहमा तलका प्रश्नहरू सरल गर्नुहोस् :

$$(\text{अ}) \quad x^{a+b} \sqrt{x^{a^2-b^2}} \times x^{b+c} \sqrt{x^{b^2-c^2}} \times x^{c+a} \sqrt{x^{c^2-a^2}}$$

$$(\text{आ}) \quad bc \sqrt{\frac{x^b}{x^c}} \times ca \sqrt{\frac{x^c}{x^a}} \times ab \sqrt{\frac{x^a}{x^b}}$$

$$(\text{इ}) \quad c \sqrt{\frac{x^a}{x^b}} \times a \sqrt{\frac{x^b}{x^c}} \times b \sqrt{\frac{x^c}{x^a}}$$

उत्तर

$$\begin{aligned}
(\text{अ}) \quad & \sqrt[a+b]{x^{a^2-b^2}} \times \sqrt[b+c]{x^{b^2-c^2}} \times \sqrt[c+a]{x^{c^2-a^2}} \\
&= (x^{a^2-b^2})^{\frac{1}{a+b}} \times (x^{b^2-c^2})^{\frac{1}{b+c}} \times (x^{c^2-a^2})^{\frac{1}{c+a}} \\
&= x^{\frac{a^2-b^2}{a+b}} \times x^{\frac{b^2-c^2}{b+c}} \times x^{\frac{c^2-a^2}{c+a}} \\
&= x^{\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}} \times x^{\frac{(b+c)(b-c)}{b+c}} \times x^{\frac{(c+a)(c-a)}{c+a}} \\
&= x^{a-b} \times x^{b-c} \times x^{c-a} \\
&= x^{a-b+b-c+c-a} \\
&= x^0 \\
&= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{आ}) \quad & \sqrt[bc]{\frac{x^b}{x^c}} \times \sqrt[ca]{\frac{x^c}{x^a}} \times \sqrt[ab]{\frac{x^a}{x^b}} \\
&= \sqrt[bc]{x^{b-c}} \times \sqrt[ca]{x^{c-a}} \times \sqrt[ab]{x^{a-b}} \\
&= (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \times (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}} \times (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \\
&= x^{\frac{b-c}{bc}} \times x^{\frac{c-a}{ca}} \times x^{\frac{a-b}{ab}} \\
&= x^{\frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca} + \frac{a-b}{ab}} \\
&= x^{\frac{a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)}{abc}} \\
&= x^{\frac{ab - ca + bc - ab + ca - bc}{abc}} \\
&= x^{\frac{0}{abc}} \\
&= x^0 \\
&= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{अं}) \quad & \sqrt{\frac{x^a}{x^b}} \times \sqrt{\frac{x^b}{x^c}} \times \sqrt{\frac{x^c}{x^a}} \\
&= \sqrt{x^{a-b}} \times \sqrt{x^{b-c}} \times \sqrt{x^{c-a}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (x^a - b)^{\frac{1}{c}} \times (x^b - c)^{\frac{1}{a}} \times (x^c - a)^{\frac{1}{b}} \\
&= x^{\frac{a-b}{c}} \times x^{\frac{b-c}{a}} \times x^{\frac{c-a}{b}} \\
&= x^{\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}} \\
&= x^{\frac{ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)}{abc}} \\
&= x^{\frac{ab(a-b) + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2}{abc}} \\
&= x^{\frac{ab(a-b) - ca^2 + b^2c + c^2a - bc^2}{abc}} \\
&= x^{\frac{ab(a-b) - c(a^2 - b^2) + c^2(a-b)}{abc}} \\
&= x^{\frac{(a-b)[ab - c(a+b) + c^2]}{abc}} \\
&= x^{\frac{(a-b)[ab - ca - bc + c^2]}{abc}} \\
&= x^{\frac{(a-b)[a(b-c) - c(b-c)]}{abc}} \\
&= x^{\frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{abc}} \\
&= x^{\frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{abc}}
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् ।

$$x^{a^2-b^2} \sqrt{x^a + b} \times x^{b^2-c^2} \sqrt{x^b + c} \times x^{c^2-a^2} \sqrt{x^c + a}$$

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 241 को उदाहरणहरू 5 र 6 का उत्तरहरू छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्ट पेपरमा लेखिएको प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

(अ) प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$\frac{1}{1 + x^a - b + x^c - b} + \frac{1}{1 + x^b - c + x^a - c} + \frac{1}{1 + x^c - a + x^b - a} = 1$$

(आ) यदि $a^3 + b^3 + c^3 = 0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$\left(\frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}}\right)^{c+a} = 1$$

(ग) यदि $a + b + c = 0$, भए प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$x^{b^{-1}c^{-1}} \times x^{c^{-1}a^{-1}} \times x^{a^{-1}b^{-1}} = 1$$

उत्तर

$$\begin{aligned} \text{(आ) बायाँ पक्ष} &= \frac{1}{1+x^a-b+x^c-b} + \frac{1}{1+x^b-c+x^a-c} + \frac{1}{1+x^c-a+x^b-a} \\ &= \frac{1}{1+\frac{x^a}{x^b}+\frac{x^c}{x^b}} + \frac{1}{1+\frac{x^b}{x^c}+\frac{x^a}{x^c}} + \frac{1}{1+\frac{x^c}{x^a}+\frac{x^b}{x^a}} \\ &= \frac{1}{\frac{x^b+x^a+x^c}{x^b}} + \frac{1}{\frac{x^c+x^b+x^a}{x^c}} + \frac{1}{\frac{x^a+x^c+x^b}{x^a}} \\ &= \frac{x^b}{x^b+x^a+x^c} + \frac{x^c}{x^c+x^b+x^a} + \frac{x^a}{x^a+x^c+x^b} \\ &= \frac{x^b}{x^a+x^b+x^c} + \frac{x^c}{x^a+x^b+x^c} + \frac{x^a}{x^a+x^b+x^c} \\ &= \frac{x^b+x^c+x^a}{x^a+x^b+x^c} \\ &= \frac{x^a+x^b+x^c}{x^a+x^b+x^c} \\ &= 1 = \text{दायाँ पक्ष} \quad \text{प्रमाणित भयो।} \end{aligned}$$

$$\text{(आ) बायाँ पक्ष} = \left(\frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}}\right)^{c+a}$$

$$= (x^{a^2+b^2-ab})^{a+b} \times (x^{b^2+c^2-bc})^{b+c} \times (x^{c^2+a^2-ca})^{c+a}$$

$$= (x^{a^2-ab+b^2})^{a+b} \times (x^{b^2-bc+c^2})^{b+c} \times (x^{c^2-ca+a^2})^{c+a}$$

$$= x^{a^3+b^3} \times x^{b^3+c^3} \times x^{c^3+a^3}$$

$$= x^{a^3 + b^3 + b^3 + c^3 + c^3 + a^3}$$

$$= x^{2a^3 + 2b^3 + 2c^3}$$

$$= x^{2(a^3 + b^3 + c^3)}$$

$$= x^{2 \times 0}$$

$$= x^0$$

$$= 1 = \text{दायाँ पक्ष प्रमाणित भयो।}$$

$$(इ) \quad \text{बायाँ पक्ष} = x^{b^{-1} c^{-1}} \cdot x^{c^{-1} a^{-1}} \cdot x^{a^{-1} b^{-1}}$$

$$= x^{\frac{1}{bc}} \times x^{\frac{1}{ca}} \times x^{\frac{1}{ab}}$$

$$= x^{\frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab}}$$

$$= x^{\frac{a+b+c}{abc}}$$

$$= x^{\frac{0}{abc}}$$

$$= x^0$$

$$= 1 = \text{दायाँ पक्ष प्रमाणित भयो।}$$

मूल्याङ्कन

प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$x^{a+b} \sqrt{x^a - b^2} \times x^{b+c} \sqrt{x^b - c^2} \times x^{c+a} \sqrt{x^c - a^2} = 1$$

गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 245 को प्रश्न न. 3, 4 र 6 पूरा गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 246 र 247 का प्रश्न न. 7 देखि 12 सम्म समूहमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

पाठ : १३

त्रिभुज

परिचय

तीन ओटा सरल रेखा वा रेखाखण्डहरू मिलेर बन्ने बन्द ज्यामितीय आकृतिलाई त्रिभुज भनिन्छ । भुजाहरूमा पाइने सम्बन्ध एवम् त्रिभुजका भित्रिकोणहरूमा पाइने सम्बन्धहरूको आधारमा त्रिभुजलाई विभिन्न प्रकारहरूमा विभाजन गरिएको छ । यस पाठमा त्रिभुजका विभिन्न प्रकारहरू एवम् ती त्रिभुजहरूका गुणहरूको सैद्धान्तिक एवम् प्रयोगात्मक परीक्षण गर्ने कार्य गरिन्छ । साथै त्रिभुजका ती विभिन्न गुणहरूको प्रयोग गरिकन थुप्रै व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू पनि समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ।

(क) त्रिभुजको अवधारणा विकास गर्न

(ख) त्रिभुजका कोणहरू र भुजाहरूसँग सम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	त्रिभुजको कुनै एक भुजा लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र भित्रि अनासन्न दुई कोणहरूविचको सम्बन्ध र समस्या समाधान	2	
2.	समद्विबाहु त्रिभुजका गुणहरू (क) समद्विबाहु त्रिभुजको शीर्षकोणको अर्धक र आधारविचको सम्बन्ध (ख) समद्विबाहु त्रिभुजको लम्बार्धक र शीर्षकोणविचको सम्बन्ध	1	
3.	समद्विबाहु त्रिभुजका गुणहरू र त्यससँग सम्बन्धित प्रश्नहरूको अभ्यास	1	
4.	त्रिभुजका भुजाहरू र कोणहरूविचको सम्बन्ध तथा समस्या समाधान	2	
5.	समरूप त्रिभुजहरूका भुजा तथा कोणहरूविचको सम्बन्ध र समस्या समाधान	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजको एउटा भुजा लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोणसँग त्यसका भित्री अनासन्न कोणहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड पेपर, पेपर कटर र ज्यामितीय सामग्रीहरू

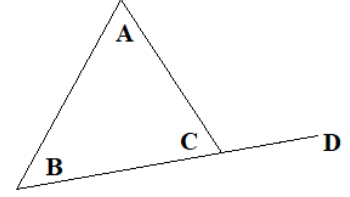
क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा बाँड्नुहोस् ।

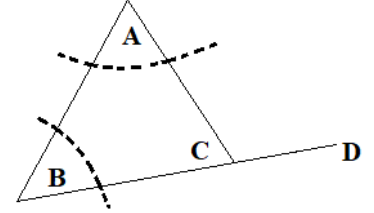
(ख) प्रत्येक समूहहरूलाई एक एकओटा बाक्लो कार्डबोर्ड पेपर दिनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरी कुनै एउटा त्रिभुज रचना

गर्न लगाउनुहोस् र त्यसको कुनै एउटा भुजा लम्ब्याउन लगाउनुहोस् र त्रिभुजको बाहिर बनेको कोण निकाल्न लगाउनुहोस् ।

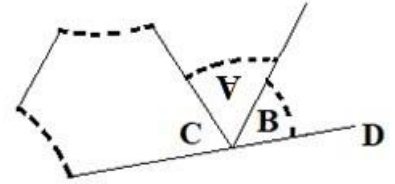


(घ) अब चित्रमा देखाएजस्तै गरि अनासन्न कोणहरू पेपरकटरको सहायताले राम्ररी काट्न लगाउनुहोस् ।



(ङ) उक्त काटिएका अनासन्न कोणहरूलाई त्रिभुजको एउटा भुजा लम्ब्याउँदा बनेको बाहिरी कोणको शीर्षबिन्दुमा मिल्ने गरि राम्ररी टाँस्नुहोस् ।

(च) त्रिभुजका काटिएका कोणहरू त्रिभुजको बाहिरी कोणमाथि मिलाएर टाँस्दा के पाउनुभयो ? प्रत्येक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



मूल्याङ्कन

(अ) त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बनेको बाहिरी कोण र तिनका दुई भित्री अनासन्न कोणहरूबिच कस्तो सम्बन्ध पाउनुभयो ?

(आ) जुनसुकै प्रकारको त्रिभुजमा पनि उक्त त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बनेको बाहिरी कोण र तिनका दुई भित्री अनासन्न कोणहरूबिच माथि उल्लिखित सम्बन्ध सधैं साँचो हुन्छ ?

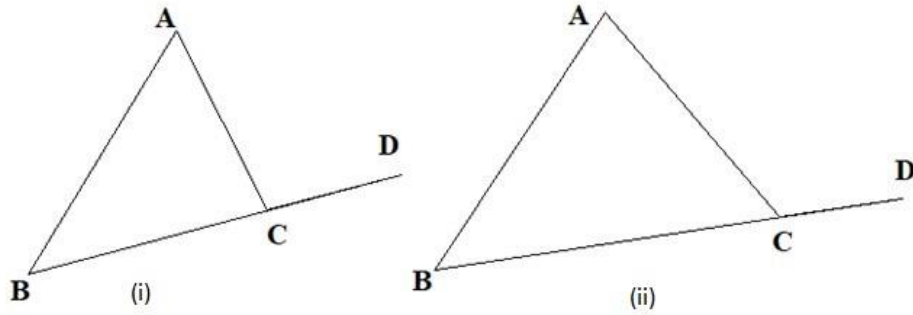
(इ) जुनसुकै त्रिभुजको भित्रिकोणको योगफल 180^0 हुन्छ भनी परीक्षण गर्न पनि उपयोग हुन सक्छ ?

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 253 लाई आधार मानी विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर तथा चाँद (Protractor) उपलब्ध गराउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई छलफल गरी दुईओटा फरक नापका त्रिभुजहरू बनाउन लगाउनुहोस् र त्यसको एउटा भुजा लम्ब्याउन लगाउनुहोस् । (सजिलाका लागि दुवै त्रिभुजमा एउटै भुजा लम्ब्याउन लगाउनुहोस् ।)



(घ) चाँदको सहायताले दिइएका त्रिभुजका दुई अनासन्न कोणहरू र बाहिरी कोण नाप्न लगाउनुहोस् र तालिका बनाई भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र	अनासन्न भित्री कोण		बाहिरी कोण	अनासन्न भित्री कोणहरूको जोड	नतिजा
	$\angle ABC$	$\angle BAC$	$\angle ACD$	$\angle ABC + \angle BAC$	
i					
ii					

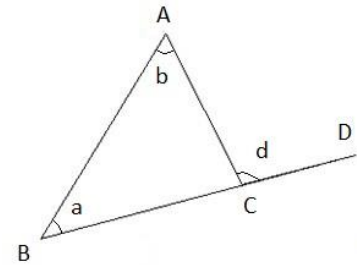
(ङ) माथिको तालिकानुसार प्रत्येक समूहका कार्यलाई कक्षामा पालैपालो प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा a, b र d को गणितीय सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 255 को प्रश्न न. 1 र 2 पूरा गर्न लगाउनुहोस् ।



दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र भित्री दुईओटा अनासन्न कोणहरूविचको सम्बन्धबाट विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू जसमा प्रश्नहरू समूह कार्यका लागि दिन

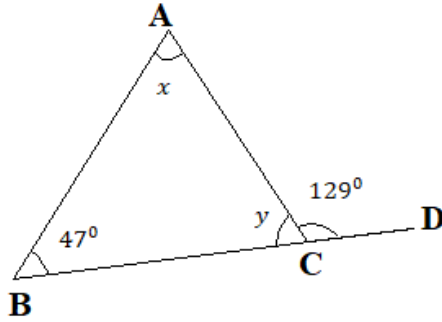
क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई कक्षाको विद्यार्थी सङ्ख्या हेरीकन विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

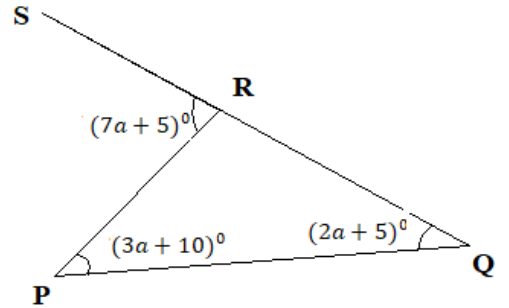
प्रश्नहरू

१. तलका चित्रहरूबाट बीजीय मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ)



(आ)



(अ) यहाँ,

$$\angle ACD = \angle CAB + \angle ABC$$

$$\Rightarrow 129^\circ = x + 47^\circ$$

$$\therefore x = 82^\circ$$

फेरि,

$$\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 129^\circ + y = 180^\circ$$

$$\therefore y = 51^\circ$$

[त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र

भित्री दुईओटा अनासन्न कोणहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ ।]

[सरलकोण भएकाले]

(आ) यहाँ, $\angle PRS = \angle PQR + \angle RPQ$

[त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र भित्री दुईओटा अनासन्न कोणहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ ।]

$$\Rightarrow (7a + 5)^0 = (2a + 5)^0 + (3a + 10)^0$$

$$\Rightarrow 7a + 5 = 2a + 5 + 3a + 10$$

$$\Rightarrow 7a + 5 = 5a + 15$$

$$\Rightarrow 7a - 5a = 15 - 5$$

$$\Rightarrow 2a = 10$$

$$\therefore a = 5$$

(ख) कुनै त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोणको नाप 140^0 छ र त्यसको बाहिरी कोणसँग अनासन्न हुने दुईओटा भित्री कोणको अनुपात 2:5 छ भने त्रिभुजका तीनओटै भित्री कोणहरूको मान कति कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं, दुईओटा भित्री अनासन्न कोणहरूको मान अनुपात अनुसार $2x$ र $5x$ छ ।

त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र भित्री अनासन्न दुईओटा कोणहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ, त्यसैले:

$$2x + 5x = 140^0$$

$$\Rightarrow 7x = 140^0$$

$$\therefore x = 20^0$$

$$\text{अब, पहिलो कोण} = 2x = 2 \times 20^0 = 40^0$$

$$\text{दोस्रो कोण} = 5x = 5 \times 20^0 = 100^0$$

अब,

$$\text{मानौं, तेस्रो कोण} = a$$

$$\therefore 40^0 + 100^0 + a = 180^0$$

$$\therefore a = 40^0$$

मूल्याङ्कन

यदि माथिको प्रश्न (ख) मा अनुपात 2 : 3 भएको भए कोणहरू कति कति हुन सक्दछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पुष्ठ सङ्ख्या 255 को प्रश्न न. 3 देखि 5 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समद्विबाहु त्रिभुज रचना गर्न
- समद्विबाहु त्रिभुजको शीर्षकोणको अर्धक आधारमा लम्ब हुन्छ भनी परीक्षण गर्न
- समद्विबाहु त्रिभुजको लम्बार्धकले शीर्षकोणलाई आधा गर्छ भनी परीक्षण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

अलि बाक्लो कागजका पानाहरू ज्यामितीय औजार सामग्रीहरू, कैंची, टाँस्ने सामान

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई कक्षाको विद्यार्थी सङ्ख्या हेरीकन आवश्यक समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई कम्पास र रूलरको मदतले कागजमा एउटा समद्विबाहु त्रिभुज बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) उक्त त्रिभुजको आधार भुजा पत्ता लगाउनुहोस् र त्यसको मध्यबिन्दु रूलरको मदतले नापी अङ्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) यहाँ PM रेखालाई के भनिन्छ होला ? एकछिन छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) उक्त समद्विबाहु त्रिभुजलाई कैंचीको मदतले राम्ररी काटेर निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(च) समद्विबाहु त्रिभुजका शीर्षकोणहरूको नामकरण गर्नुहोस् ।

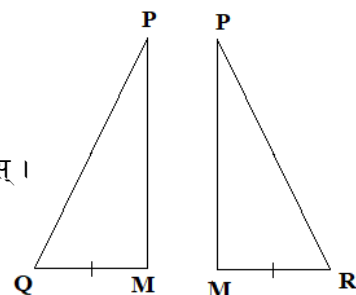
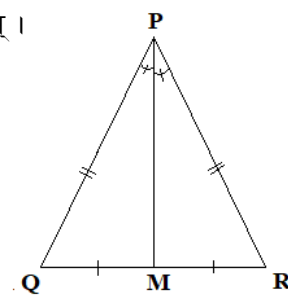
(छ) अब त्रिभुजको शीर्षबिन्दु र आधारको मध्यबिन्दु जोड्न लगाउनुहोस् ।

(ज) यसपछि कैंचीको मदतले आधारको मध्यबिन्दुबाट शीर्षबिन्दुसम्म काट्नुहोस् ।

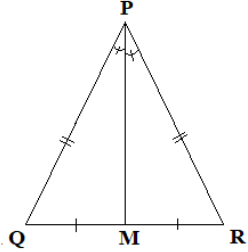
(झ) कस्ता प्रकारका ज्यामितीय आकृतिहरू देखा परे होलान् ? केहीबेर छलफल गर्नुहोस् ।

(ञ) आधारको मध्यबिन्दुमा शीर्षबिन्दुबाट खिचिएको रेखाले आधार भुजासँग बनाएका कोणहरू कस्ता छन् ? सोबारे छलफल गर्नुहोस् ।

(ट) प्रोट्याक्टरको मदतले उक्त रेखा PM र आधारको दुवैतर्फ बनेका कोणहरू $\angle PMQ$ र $\angle PMR$ नाप्नुहोस् ।



क्र.स.	समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज	कोणहरूको नाप	मध्यिका (PM) र आधार भुजा QR बिचको सम्बन्ध

१.		$\angle PMQ =$ $\angle PMR =$	
----	---	----------------------------------	--

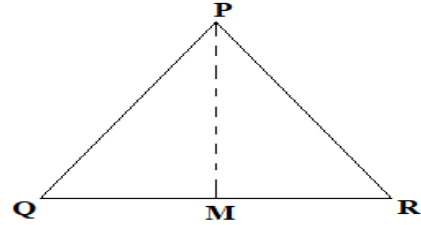
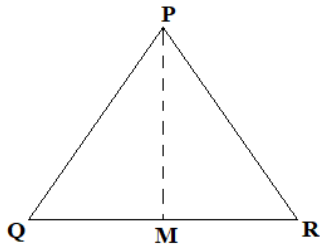
(ठ) तालिकामा कोणहरूको मान भरेपछि, छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 257 को क्रियाकलाप 1 विद्यार्थीलाई समूहमा गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई 2/2 जनाको समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।



(ख) अब प्रत्येक समूहलाई दुईओटा फरक फरक नापका समद्विबाहु त्रिभुज PQR खिचन लगाउनुहोस् ।

(ग) दुवै त्रिभुजहरूमा आधार को लम्बार्धक PM खिचन लगाउनुहोस् ।

(घ) उक्त लम्बार्धकले आधार QR मा काट्ने बिन्दुलाई M नाम दिन लगाउनुहोस् ।

(ङ) अब चित्रमा कोण $\angle MPQ$ र $\angle MPR$ को नाप प्रोट्याक्टरको मदतले नाप्न लगाउनुहोस् र प्राप्त नतिजालाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) समद्विबाहु त्रिभुजका आधारकोणहरूविच कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?

(आ) समद्विबाहु त्रिभुजका गुणहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समद्विबाहु त्रिभुजका गुणहरू प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

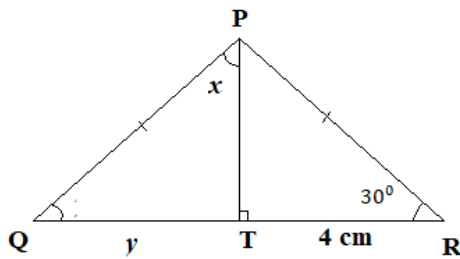
क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा प्रश्न भएको सानो चार्टपेपर बाँड्नुहोस् ।
 (ग) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरि प्रश्नहरूको उत्तर पत्ता लगाई उत्तरपुस्तिकामा लेख्न लगाउनुहोस् ।
 यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

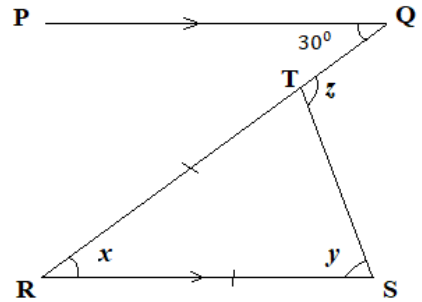
प्रश्नहरू

1. तल दिइएका चित्रहरूबाट x , y र z को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ)



(आ)



(अ) यहाँ,

$$QT = TR \quad [\text{समद्विबाहु त्रिभुजको लम्बाईकले आधार भुजालाई समद्विभाजन गर्दछ । }]$$

$$\Rightarrow y = 4$$

फेरि,

ΔPRT मा,

$$\angle P + \angle R + \angle T = 180^\circ \quad [\text{त्रिभुजका भित्रीकोणहरूको योगफल दुई समकोण हुन्छ । }]$$

$$\Rightarrow \angle RPT + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle RPT + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle RPT = 60^\circ$$

अब,

$$\angle TPQ = \angle TPR \quad [\text{समद्विबाहु त्रिभुजको लम्बाईकले शीर्षकोणलाई आधा गर्छ । }]$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

(अ) यहाँ,

$$\angle QRS = \angle PQR \quad [\text{एकान्तर कोणहरू भएकाले}]$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

फेरि,

$$\angle RTS = \angle RST \quad [\text{समद्विबाहु त्रिभुजका आधारकोणहरू बराबर हुन्छन्।}]$$

$$\therefore \angle RTS = y \quad \text{मानौं।}$$

अब,

ΔRST मा,

$$\angle R + \angle T + \angle S = 180^\circ \quad [\text{त्रिभुजका भित्रीकोणहरूको योगफल दुई समकोण हुन्छ।}]$$

$$\Rightarrow x + \angle RTS + \angle RST = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 30^\circ + y + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2y = 150^\circ$$

$$\therefore y = 75^\circ$$

अब,

$$\angle QTS = \angle TRS + \angle RST$$

[त्रिभुजको एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण र भित्री अनासन्न दुईओटा कोणहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ।]

$$\Rightarrow z = x + y$$

$$\Rightarrow z = 30^\circ + 75^\circ$$

$$\therefore z = 105^\circ$$

2. सँगैको चित्रमा $XY = 3q$, $XZ = 7p$, $XP = 9p$ र $XQ = 13 + 2q$ भए p र q को मान पत्ता लगाउनुहोस्।

यहाँ,

$$XY = XZ \quad [\text{थाह दिइएको}]$$

$$\therefore 3q = 7p$$

$$\therefore q = \frac{7p}{3}$$

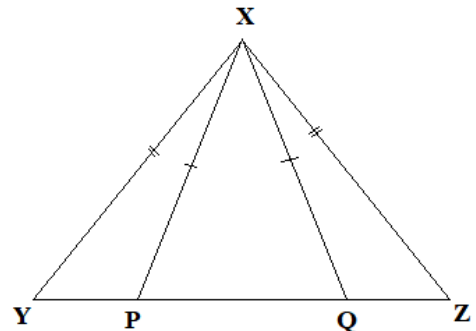
फेरि,

$$XP = XQ \quad [\text{थाह दिइएको}]$$

$$\Rightarrow 9p = 13 + 2q$$

$$\Rightarrow 9p = 13 + 2 \times \frac{7p}{3}$$

$$\Rightarrow 9p = 13 + \frac{14p}{3}$$



$$\Rightarrow 9p = \frac{39 + 14p}{3}$$

$$\Rightarrow 27p = 39 + 14p$$

$$\Rightarrow 27p - 14p = 39$$

$$\Rightarrow 13p = 39$$

$$\therefore p = 3$$

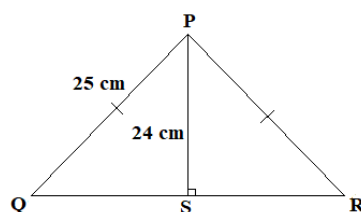
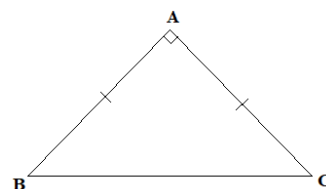
$$\therefore q = \frac{7 \times p}{3} = \frac{7 \times 3}{3} = 7$$

मूल्याङ्कन

दिइएका प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(अ) दिइएको समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका न्यूनकोणहरूको नाप निकाल्नुहोस् ।

(आ) दिइएको चित्रमा SR को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 261 को प्रश्न न. 3 देखि 6 सम्मका सबै पूरा गर्नुहोस् ।

पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजका भुजा र कोणबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

सिन्काहरू, सादा पेपरहरू, चार्टपेपर, मेकानो स्ट्रिप्स

क्रियाकलाप १

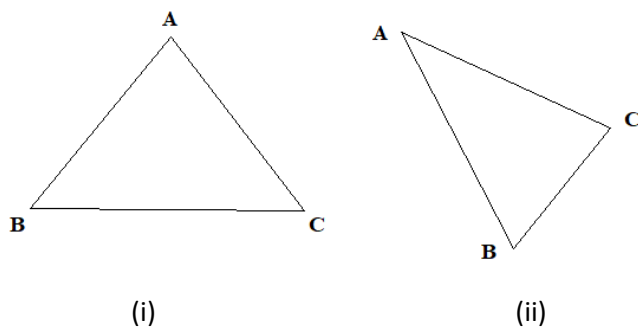
- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई तीनओटा फरक फरक नापका सिन्काहरू बाँड्नुहोस् ।
 (ग) अब ती सिन्काहरूको सहायताले प्रत्येक समूहलाई त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) प्रत्येक समूहले तयार गरेको त्रिभुजहरू अवलोकन गर्नुहोस् ।
 (ङ) यदि कुनै समूहको त्रिभुज नबनेको अवस्थामा उक्त समूहसँग केही समय छलफल गरी किन त्रिभुज बन्न सकेन सो बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

के जुनसुकै तीन नापहरूबाट त्रिभुजका निर्माण गर्न सकिन्छ ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर बाँड्नुहोस् ।
 (ग) हरेक समूहलाई फरक फरक प्रकार र नापका दुईओटा त्रिभुजहरू रचना गर्न लगाउनुहोस् ।



- (घ) प्रत्येक त्रिभुजका भुजा नाप्न लगाई आसन्न दुईओटा भुजाहरूको योगफल पनि निकाल्न लगाउनुहोस् । प्राप्त नतिजालाई तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस् ।

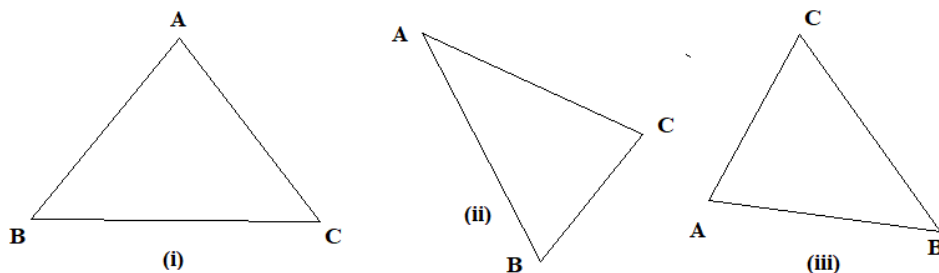
त्रिभुज	AB	BC	AC	AB + BC	BC + CA	CA + AB	नतिजा
i)							
ii)							

- (ङ) माथिको तालिकाबाट के निष्कर्ष निस्कियो, विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

कुनै पनि त्रिभुजका दुई भुजाको लम्बाइको योगफल तेस्रो भुजाको लम्बाइभन्दा सधैं बढी हुन्छ ।

क्रियाकलाप ३

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्ट पेपर बाँड्नुहोस् ।
 (ग) प्रत्येक समूहलाई 3 ओटा फरक फरक नापका त्रिभुजहरू ABC बनाउन लगाउनुहोस् ।



- (घ) प्रत्येक त्रिभुजका भुजाहरू र तीनका सम्मुख कोणहरूको नाप टिपोट गरि तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र	AB	$\angle ACB$	BC	$\angle CAB$	CA	$\angle ABC$	नतिजा
(i)							
(ii)							
(iii)							

- (ङ) माथिको तालिकामा प्राप्त नतिजालाई कक्षामा विद्यार्थीविच केही समय छलफल गराउनुहोस् । अन्त्यमा त्रिभुजका कुनै पनि भुजा र त्यसको सम्मुख कोणका बिचमा कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ? सोबारे केही समय कुरा गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (अ) कुनै पनि त्रिभुजको निर्माणको आधार के हो ?
 (आ) कुनै एउटा त्रिभुज ABC को $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ र $CA = 8 \text{ cm}$ छ ।
 १. सबैभन्दा सानो कोण कुन हो ?
 २. सबभन्दा ठुलो कोण कुन हो ?
 ३. त्रिभुज ABC का कोणहरू बढ्दो क्रममा लेख्नुहोस् ।

छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजको गुणहरू प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यक समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) समूहमा छलफल गरी उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (अ) ΔPQR मा यदि $\angle PQR = 65^\circ$ र $\angle RPQ = 40^\circ$ भए सबैभन्दा लामो भुजा र सबैभन्दा छोटो भुजा कुन होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\angle PQR + \angle QRP + \angle RPQ = 180^\circ \quad [\text{त्रिभुजका भित्री कोणहरूको योगफल } 180^\circ \text{ हुन्छ।}]$$

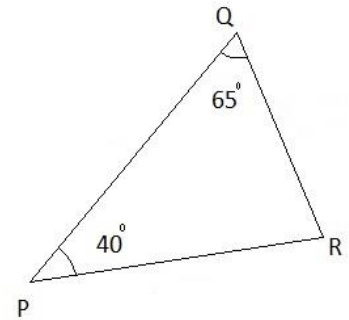
$$\Rightarrow 65^\circ + \angle QRP + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle QRP = 75^\circ$$

तसर्थ,

$$\text{सबैभन्दा लामो भुजा} = PQ \quad [75^\circ \text{ को सम्मुख भुजा}]$$

$$\text{सबैभन्दा छोटो भुजा} = QR \quad [40^\circ \text{ को सम्मुख भुजा}] \text{ हुन्छ।}$$



- (ख) एउटा समद्विबाहु त्रिभुजको आधारको लम्बाइ 18 cm र क्षेत्रफल 108 cm^2 भए उक्त त्रिभुजका अन्य भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{आधारको लम्बाइ } (b) = 18 \text{ cm}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 108 \text{ cm}^2$$

सूत्र अनुसार,

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{b \sqrt{4a^2 - b^2}}{4}$$

$$\Rightarrow 108 = \frac{18 \times \sqrt{4a^2 - 18^2}}{4}$$

$$\Rightarrow 432 = 18 \times \sqrt{4a^2 - 324}$$

$$\Rightarrow 24 = \sqrt{4a^2 - 324}$$

दुवैतर्फ वर्ग गर्दा,

$$\Rightarrow 576 = 4a^2 - 324$$

$$\Rightarrow 900 = 4a^2$$

$$\Rightarrow 225 = a^2$$

$$\therefore a = 15 \text{ cm}$$

\therefore उक्त त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज भएकाले दुई भुजाहरू बराबर हुन्छन् र जसका नाप 15 cm हुन्छ ।

नोट

दिइएको प्रश्नलाई समद्विबाहु त्रिभुजको लम्ब र आधारका सम्बन्धबाट पनि गराउन सकिन्छ ।

मूल्याङ्कन

ΔABC मा यदि $\angle BCA = 55^\circ$ र $\angle ABC = 45^\circ$ भए सबैभन्दा लामो भुजा र सबैभन्दा छोटो भुजा

कुन होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 266 को प्रश्न न. 1 देखि 6 का सबै प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

सातौं र आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

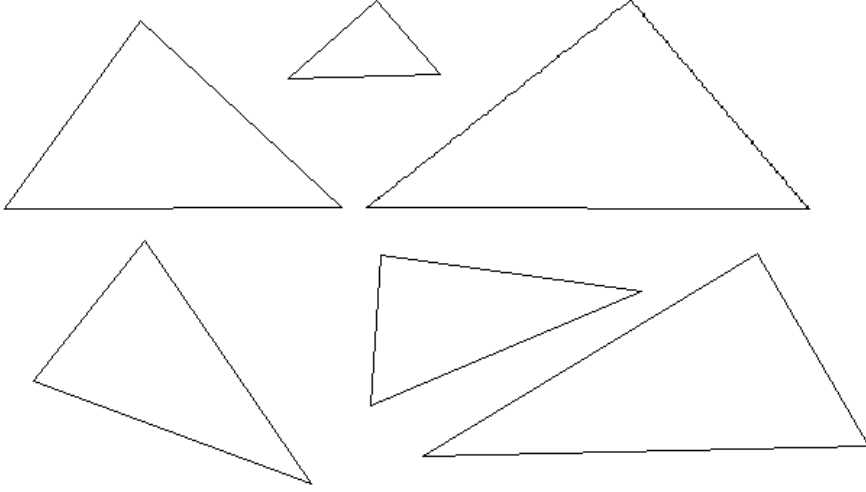
- समरूप त्रिभुजहरू पहिचान गर्न
- समरूप त्रिभुजहरूका भुजाहरू तथा कोणहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन
- समरूप त्रिभुजका गुणहरू प्रयोग गरी त्रिभुजहरूका थाह नभएका भुजा तथा कोणहरूको नाप पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न नापका त्रिभुजहरू भएका चार्टपेपरहरू, कैंची

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई थुप्रै त्रिभुजहरू प्रिन्ट गरिएका A4 पेपरहरू बाँड्नुहोस् ।



- (ग) ती त्रिभुजहरू भुजा तथा कोणहरू नाप्न गर्न लगाउनुहोस् ।
(घ) के ती त्रिभुजहरूमा कोण वा भुजाका नापहरू बराबर पाउन सकिन्छ ? यदि कोणहरूको नाप समान भएमा यस्ता त्रिभुजहरूलाई समरूप त्रिभुजका रूपमा लिइने कुरा छलफल गराई टिप्पण लगाउनुहोस् ।
(ङ) समरूप त्रिभुजहरूमा बराबर भएका कोणहरूलाई सङ्गति कोणहरू भनिने र बराबर कोणहरूका सम्मुख भुजाहरूलाई सङ्गति भुजा भनिने कुरालाई सविस्तार चित्रसहित व्याख्या गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

के समरूप त्रिभुजहरूका भुजाका नापहरू पनि बराबर हुन्छन् ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) समूहका प्रत्येक विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 पेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) प्रत्येक विद्यार्थीलाई आफूलाई मन लागेको नापको एउटा त्रिभुज ABC रचना गर्नु लगाउनुहोस् ।

- (घ) अब सेट स्क्वायरको मदतले BC भुजासँग समानान्तर हुने गरी MN रेखाखण्ड खिचन लगाउनुहोस् ।
- (ङ) यसरी MN रेखाखण्ड खिचेपछि, त्यहाँ दुईओटा त्रिभुजहरू ABC र AMN देखिन्छन् ।
- (च) के त्रिभुजहरू ABC र AMN आपसमा समरूप छन् ? केही समय छलफल गर्नुहोस् ।
- (छ) अब ती दुवै त्रिभुजहरूका भुजाहरू AB, BC, CA तथा AM, MN, AN को लम्बाइ नापन लगाउनुहोस् ।
- (ज) अब $\frac{AB}{AM}$, $\frac{BC}{MN}$, $\frac{CA}{AN}$ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यसरी निकालिएको भुजाहरूको अनुपातमा के देखा पऱ्यो, विद्यार्थीबिच केही समय छलफल गर्नुहोस् ।
- (झ) यसरी समरूप त्रिभुजहरू हुँदा तिनीहरूका भुजाहरूबिच कस्तो सम्बन्ध देखा पर्दछ, सोबारे कक्षाका विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (अ) के समरूप त्रिभुजहरूका भुजाका नापहरू पनि बराबर हुन्छन् ?
- (आ) के समरूप त्रिभुजहरूका भुजाका नापहरूका अनुपातमा कुनै सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?
- (इ) समरूप त्रिभुजहरूका कोणहरूमा के कस्तो सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?

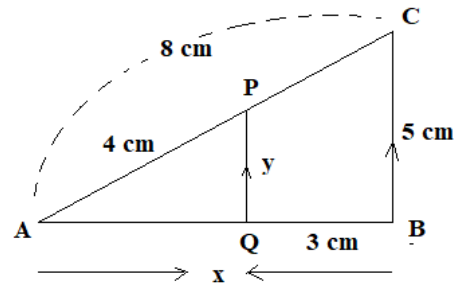
क्रियाकलाप ३

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त पेपरमा भएका प्रश्नहरूको उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (क) दिइएको चित्रबाट र को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,



ΔABC र ΔAQP मा,

- i) $\angle ABC = \angle AQP$ [$QP \parallel BC$ हुँदा सङ्गति कोणहरू बराबर हुने भएकाले]
- ii) $\angle BAC = \angle APQ$ [$QP \parallel BC$ हुँदा सङ्गति कोणहरू बराबर हुने भएकाले]
- iii) $\angle BAC = \angle QAP$ [दुवै त्रिभुजहरूका साभा कोणहरू भएकाले]
- iv) $\Delta ABC \sim \Delta AQP$ [को. को. को. तथ्यअनुसार]
- v) $\frac{AB}{AQ} = \frac{BC}{QP} = \frac{CA}{PA}$ [समरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरूको अनुपात बराबर हुने भएकाले]
- vi) $\frac{x}{x-3} = \frac{5}{y} = \frac{8}{4}$

पहिलो र तेस्रो अनुपात लिँदा,

$$\frac{x}{x-3} = \frac{8}{4}$$

$$\Rightarrow 4x = 8x - 24$$

$$\Rightarrow 24 = 8x - 4x$$

$$\Rightarrow 24 = 4x$$

$$\therefore x = 6 \text{ cm}$$

फेरि,

दोस्रो र तेस्रो अनुपात लिँदा,

$$\frac{5}{y} = \frac{8}{4}$$

$$\Rightarrow 20 = 8y$$

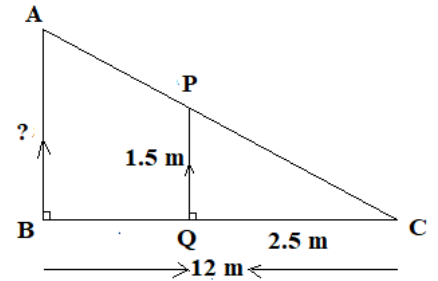
$$\therefore y = 2.5 \text{ cm}$$

मूल्याङ्कन

यदि $CA : PA$ को मान $3 : 2$ भएको भए x र y को मान कति कति हुन्छ होला ?

क्रियाकलाप ४

महेशको उचाइ 1.5 m छ । ऊ एउटा अग्लो खम्बाको अगाडि उभिएको छ । उक्त समयमा महेशको छायाको लम्बाइ 2.5 m र खम्बाको छायाको लम्बाइ 12 m छ भने खम्बाको वास्तविक उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।



ΔABC र ΔPQC मा,

vii) $\angle ABC = \angle PQC$ [$AB \parallel PQ$ हुँदा सङ्गति कोणहरू बराबर हुने भएकाले]

viii) $\angle BAC = \angle QPC$ [$AB \parallel PQ$ हुँदा सङ्गति कोणहरू बराबर हुने भएकाले]

ix) $\angle BCA = \angle QCP$ [दुवै त्रिभुजहरूका साझा कोणहरू भएकाले]

x) $\Delta ABC \sim \Delta PQC$ [को. को. को. तथ्यअनुसार]

xi) $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC} = \frac{CA}{CP}$ [समरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरूको अनुपात बराबर हुने भएकाले]

xii) $\frac{AB}{1.5} = \frac{12}{2.5} = \frac{CA}{CP}$

पहिलो र दोस्रो अनुपात लिँदा,

$$\frac{AB}{1.5} = \frac{12}{2.5}$$

$$\Rightarrow 2.5 AB = 18$$

$$\therefore AB = 7.2 \text{ m}$$

∴ उक्त खम्बाको वास्तविक उचाइ 7.2 m रहेछ ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 272 अभ्यास 13.4 को प्रश्न न. 1 देखि 6 का सबै प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

विद्यालयको खेलमैदानमा जानुहोस् । तपाईंको उचाइ र तपाईंको छायाको नाप कुनै साथीलाई लिन लगाउनुहोस् । सोही समयमा तपाईंको विद्यालयको खेलमैदानको बिचमा रहेको भलिबल कोर्टको खम्बा वा छेऊमा रहेको एउटा रुखको छायाको नाप लिनुहोस् । यी तीन नापका आधारमा हिसाब गरेर खम्बा वा रुखको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् र प्रक्रियासहित कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

पाठ : १४

चतुर्भुज

परिचय

चारओटा सिधा रेखाखण्डहरू मिलेर बन्ने बन्द ज्यामितीय आकृतिलाई चतुर्भुज भनिन्छ । चतुर्भुजलाई भुजा र कोणका आधारमा विभाजन गरिएको छ, जस्तै: समानान्तर चतुर्भुज, आयात, वर्ग, समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज । यस पाठमा समानान्तर चतुर्भुज, आयात, वर्ग, समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज चतुर्भुजहरूका गुणहरूको सैद्धान्तिक एवम् प्रयोगात्मक परीक्षण गर्ने कार्य गरिन्छ । साथै उक्त गुणहरूको प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू, कोणहरू तथा विकर्णहरूको सम्बन्ध सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न

(ख) चतुर्भुजसँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको परीक्षण	1	
2.	दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डका एकैतिरका छेउ छेउका बिन्दुहरू जोड्ने रेखाखण्डहरूबिचको सम्बन्ध	1	
3.	दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डका विपरिततिरका छेउ छेउका बिन्दुहरू जोड्ने रेखाखण्डहरूबिचको सम्बन्ध	1	
4.	समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजा र सम्मुख कोणहरूको सम्बन्ध	3	
5.	समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरूबिचको सम्बन्ध र त्यसको बिलोम	1	
6.	समानान्तर चतुर्भुजको गुणहरू र त्यससँग सम्बन्धित समस्या र अभ्यास	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- चतुर्भुजको पहिचान गर्न र तिनीहरूलाई परिभाषित गर्न
- समानान्तर चतुर्भुजका विशेषताहरू लेख्न र परीक्षण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, विभिन्न चतुर्भुजहरूका चित्रहरू

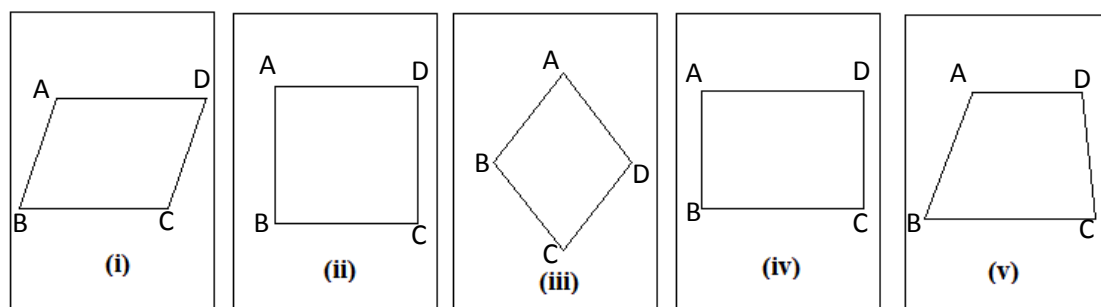
क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गर्दै पाठ्यपुस्तकको पेज न. 274 को क्रियाकलाप गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) पाँचओटा चार्टपेपरहरू लिनुहोस् ।

(ख) हरेक चार्टपेपरमा एक एकओटा चतुर्भुजको प्रिन्ट गरिएको वा बनाइएको (समानान्तर चतुर्भुज, वर्ग समबाहु चतुर्भुज, आयात र समलम्ब चतुर्भुज) चित्र टाँस्नुहोस् ।



(ग) कक्षाको सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई तीन/तीन जनाको समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(घ) अब प्रत्येक समूहलाई पालैपालो चार्ट पेपर अवलोकन गर्न लगाई तल दिइए जस्तो तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न.	कोणहरूको नाप	भुजाहरूको नाप	आकृतिको नाम	आकृतिको परिभाषा
I	$\angle ABC =$ $\angle BCD =$ $\angle CDA =$ $\angle DAB =$	$AB =$ $BC =$ $CD =$ $DA =$		
II	$\angle ABC =$ $\angle BCD =$ $\angle CDA =$ $\angle DAB =$	$AB =$ $BC =$ $CD =$ $DA =$		
III	$\angle ABC =$ $\angle BCD =$ $\angle CDA =$ $\angle DAB =$	$AB =$ $BC =$ $CD =$ $DA =$		

IV	$\angle ABC =$ $\angle BCD =$ $\angle CDA =$ $\angle DAB =$	$AB =$ $BC =$ $CD =$ $DA =$		
V	$\angle ABC =$ $\angle BCD =$ $\angle CDA =$ $\angle DAB =$	$AB =$ $BC =$ $CD =$ $DA =$		

(ड) लगभग 20 मिनेटपछि प्रत्येक समूहलाई तयार पारेको जानकारी पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) एउटा बाहिरबाट नदेखिने बट्टामा विभिन्न प्रकारका चतुर्भुजहरूको नाम लेखिएको (समानान्तर चतुर्भुज, वर्ग समबाहु चतुर्भुज, आयात र समलम्ब चतुर्भुज) एक एकओटा कागजहरू पट्याएर राख्नुहोस् ।

(ख) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 5 समूहमा बाँड्नुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहबाट पालैपालो 1/1 जनालाई अगाडि बोलाइ 1/1 ओटा गोला थुल लगाउनुहोस् ।

(घ) अब हरेक समूहलाई आफूले पाएको चतुर्भुज दिइएको कागजको पानामा खिचन लगाउनुहोस् ।

(यस क्रममा हरेक विद्यार्थीले आफ्नो इच्छानुसारको नापको चतुर्भुज बनाउन सक्ने छन् ।)

(ड) लगभग 20 मिनेटको समयपछि प्रत्येक समूहलाई पालैपालो अगाडि आएर आफ्नो समूहले बनाएको चतुर्भुजको नाम र निर्माण प्रक्रिया प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) चतुर्भुजहरूलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

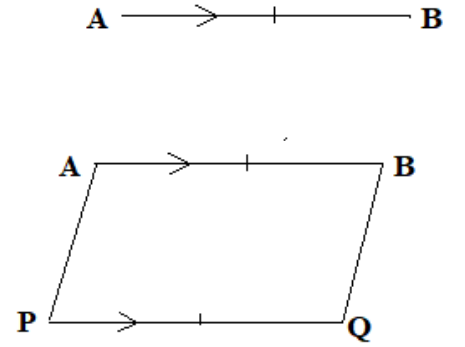
- दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका एकैतिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डविचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति बक्स, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी एक जोडा बराबर र समानान्तर रेखाहरू बनाउन लगाउनुहोस् । कुनै समूहले बनाइसकेमा बाँकी समूहलाई मदत गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तयार गरिएको बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका एकैतिरका छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्न लगाइ तलको जस्तै तालिका बनाएर भर्न लगाउनुहोस् ।



AP को नाप	BQ को नाप	$\angle APQ$ को नाप	$\angle PQB$ को नाप	निष्कर्ष

नोट : क्रमागत भित्री कोणको योगफल 180° हुने भएकाले $AP \parallel BQ$ हुन्छ । नापबाट $AP = BQ$ हुन्छ ।

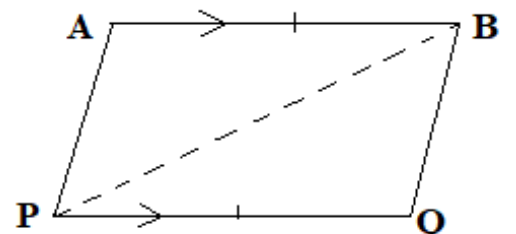
- (घ) माथिको तालिकाका आधारमा AP र BQ विच के कस्ता सम्बन्धहरू हुन सक्छन् ? छलफल गरी लेख्न लगाउनुहोस् । उक्त कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

यसरी रेखाखण्डहरू जोडी तयार भएको चतुर्भुजको कुनै प्रकार होला ?

क्रियाकलाप २

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरू बनाउन लगाइ एकैतिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्नु लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूको एकैतिरका छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्दा बन्ने रेखाखण्डहरू पनि बराबर र समानान्तर हुने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकतानुसार शिक्षकले सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 275 को साध्य 1 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित



गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज नं 275 को साध्य 1 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : $PQ = AB$ र $PQ \parallel AB$ छन् । साथै छेउ A र P तथा Q र B पनि जोडिएका छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $PA = QB$ र $PA \parallel QB$

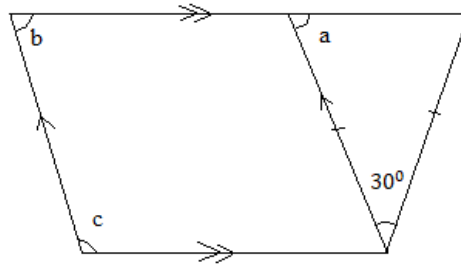
रचना : बिन्दु P र B जोडौं ।

क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	ΔPQB र ΔPAB मा	1	
i)	$PQ = AB$	i)	थाहा दिइएको
ii)	$\angle BPQ = \angle ABP$	ii)	$PQ \parallel AB$ भएकाले एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
iii)	$PB = PB$	iii)	साझा भुजा भएकाले
2.	$\therefore \Delta PQB \cong \Delta PAB$	2	भु. को. भु. तथ्यअनुसार
3.	$\therefore PA = QB$	3	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।
4.	$\angle PBQ = \angle APB$	4	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
5.	$\therefore PA \parallel QB$	5	तथ्यअनुसार एकान्तर कोणहरू बराबर भएकाले प्रमाणित भयो ।

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएको चित्रबाट a , b र c को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका विपरिततिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति बक्स, चार्टपेपर

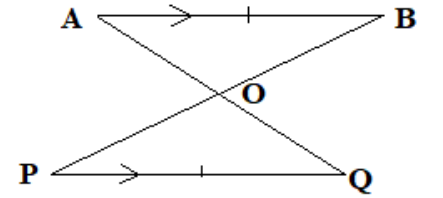
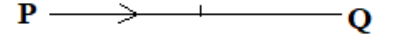
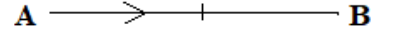
क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरि एकजोडा बराबर र समानान्तर

रेखाहरू बनाउन लगाउनुहोस् । कुनै समूहले बनाइसकेमा बाँकी समूहलाई मदत गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई तयार गरिएको बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका विपरिततिरका छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्न लगाई तलको जस्तै तालिका बनाएर भर्न लगाउनुहोस् ।



AO को नाप	OQ को नाप	PO को नाप	OP को नाप	निष्कर्ष

(घ) माथिको तालिकाका आधारमा AO र OQ तथा PO र OB बिच के कस्ता सम्बन्धहरू हुन सक्छन् ? छलफल गरि लेख्न लगाउनुहोस् । उक्त कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

यसरी बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका विपरिततिरका छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्दा कस्तो आकृति तयार भयो ?

क्रियाकलाप २

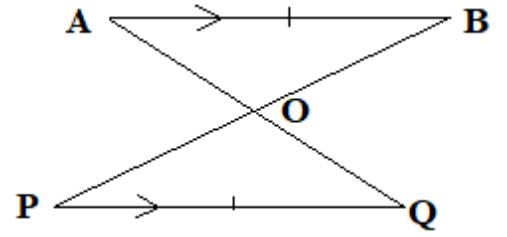
(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरू बनाउन लगाई विपरिततिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्नु लगाउनुहोस् ।

(ग) अब बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूको विपरिततिरका छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्दा बन्ने रेखाखण्डहरू पनि परस्पर समद्विभाजन हुने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकतानुसार शिक्षकले सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 276 को साध्य 2 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज नं 276 को साध्य 2 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : $PQ = AB$ र $PQ \parallel AB$ छन् । साथै विपरितका छेउहरू A र Q तथा P र B पनि जोडिएका छन् ।



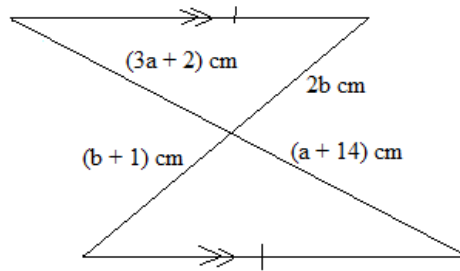
प्रमाणित गर्नुपर्ने : $PO = BO$ र $QO = AO$ अर्थात्, PB र AQ आपसमा समद्विभाजन हुन्छन् ।

क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	ΔAOB र ΔPOQ मा	1.	
i)	$\angle BAO = \angle PQO$	i)	$AB \parallel PQ$ भएकाले एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
ii)	$AB = PQ$	ii)	थाहा दिइएको
iii)	$\angle ABO = \angle QPO$	i)	$AB \parallel PQ$ भएकाले एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
2.	$\therefore \Delta AOB \cong \Delta POQ$	2.	को. भु. को. तथ्यअनुसार
3.	$\therefore PO = BO$ र $QO = AO$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएको चित्रबाट a र b को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

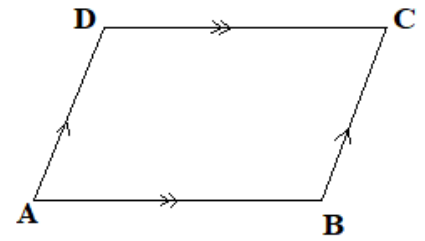
- समानान्तर चतुर्भुजका विशेषताहरू (सम्मुख भुजा र सम्मुख कोणहरूबिचको सम्बन्ध) प्रयोगात्मक तथा सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) कक्षाका विद्यार्थीलाई 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरमा समानान्तर चतुर्भुज बनाउन लगाउनुहोस् । उक्त चार्टपेपरबाट समानान्तर चतुर्भुज काटेर निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) समूहहरूलाई निम्नानुसारको अलग अलग कार्य गर्न लगाई निष्कर्ष समूहगत प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



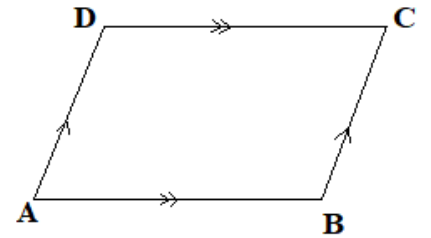
(अ) उक्त समानान्तर चतुर्भुजका कोणहरू काटेर सम्मुख कोणहरू खप्टाएर हेर्ने ।

(आ) उक्त समानान्तर चतुर्भुजका कोणहरू काटेर सम्मुख भुजाहरू खप्टाएर हेर्ने

निष्कर्ष

क्रियाकलाप २

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आआफ्नो कापीमा एक एकओटा समानान्तर चतुर्भुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक विद्यार्थीले आफूले तयार गरेको समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजा र कोणहरूको नाप ध्यानपूर्वक नापी तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।



भुजाका नापहरू				कोणका नापहरू				नतिजा
AB	BC	CD	DA	$\angle DAB$	$\angle ABC$	$\angle BCD$	$\angle CDA$	

(ग) प्राप्त नतिजालाई पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई एउटा समानान्तर चतुर्भुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब समूहमा छलफल गरी उक्त समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजा र कोण हुने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकतानुसार शिक्षकले सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

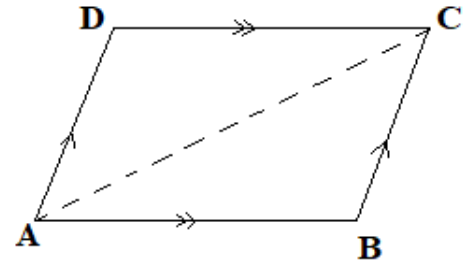
(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 276 को साध्य 3 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज नं 276 को साध्य 3 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस्

थाहा दिइएको : समानान्तर चतुर्भुज ABCD मा $AB \parallel DC$ र $AD \parallel BC$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : अ) $AB = DC$ र $BC = AD$

आ) $\angle ADC = \angle ABC$ र $\angle DAB = \angle BCD$

रचना : बिन्दु A र C जोडौं ।

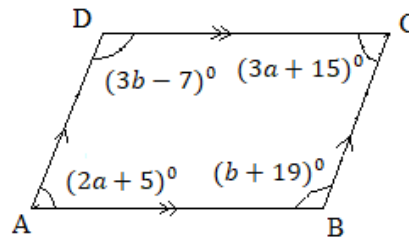


क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.सं.	कारणहरू
1.	ΔABC र ΔADC मा	1.	
i)	$\angle BAC = \angle DCA$	i)	$AB \parallel DC$ भएकाले एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
ii)	$AC = AC$	ii)	साझा भुजा भएकाले
iii)	$\angle ACB = \angle CAD$	iii)	$AD \parallel BC$ भएकाले एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
2.	$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$	2.	को . भु . को . तथ्यअनुसार
3.	$\therefore AB = DC$ र $BC = AD$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।
4.	$\therefore \angle ADC = \angle ABC$	4.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
5.	$\therefore \angle DAB = \angle BCD$	5.	तथ्य जस्तै यदि बिन्दुहरू B र D जोडने र त्रिभुजहरू ΔABD र ΔBCD लाई अनुरूप देखाउने हो भने

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएको चित्रबाट a र b को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

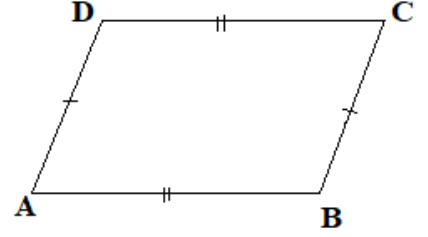
- सम्मुख भुजाहरू बराबर भएको चतुर्भुजको निर्माण गर्न
- सम्मुख भुजाहरू बराबर भएका चतुर्भुजलाई समानान्तर चतुर्भुज भनी प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू, चार्टपेपर

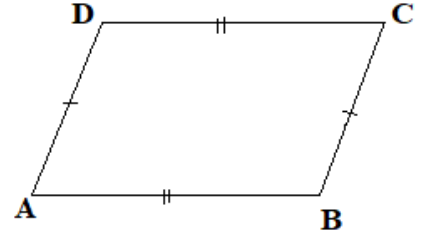
क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई जियोबोर्डमा रबर ब्यान्डको सहायताले सम्मुख भुजा बराबर भएको चतुर्भुज कस्तो हुन्छ बनाउन लगाउनुहोस् ।
- (ख) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरमा सम्मुख भुजाहरू बराबर हुने एउटा एउटा चतुर्भुज रचना गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।



क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई आआफ्नो कापीमा ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरूको प्रयोग गरी सम्मुख भुजाहरू बराबर हुने एउटा चतुर्भुज रचना गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई उनीहरूले तयार गरेको चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरूको नाप लिन लगाई दिइएको तालिका भर्न लगाउनुहोस् । कोणको नापका आधारमा सम्मुख भुजाहरूको समानान्तर हुने नहुने निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।



कोणका नापहरू				निष्कर्ष
$\angle DAB$	$\angle ABC$	$\angle BCD$	$\angle CDA$	

नोट : दुई सिधा रेखाखण्डलाई अर्को सिधा रेखाले काट्दा बन्ने क्रमागत भित्रीकोणको योगफल 180° भएमा उक्त दुई सिधा रेखाखण्डहरू समानान्तर हुन्छन् ।

- (ग) सबैले फरक फरक चतुर्भुज बनाउदा आएको निष्कर्ष एउटै छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक विद्यार्थीलाई सम्मुख भुजाहरू बराबर भएको चतुर्भुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब समूहमा छलफल गरी उक्त चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ भन्ने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित

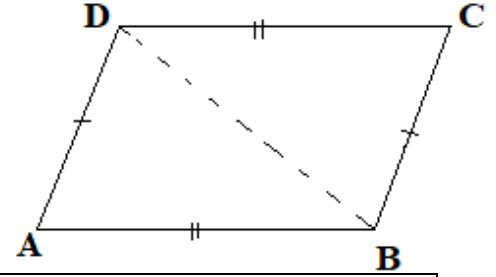
गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 277 को साध्य 4 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 277 को साध्य 4 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : चतुर्भुज ABCD मा $AB = DC$ र $AD = BC$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।
अर्थात् $AB \parallel DC$ र $AD \parallel BC$

रचना : बिन्दु B र D जोडौं ।



क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	ΔABD र ΔBCD मा	1.	
i)	$AB = DC$	i)	थाहा दिइएको
ii)	$AD = BC$	ii)	थाहा दिइएको
iii)	$BD = BD$	iii)	साझा भुजा भएकाले
2.	$\therefore \Delta ABD \cong \Delta BCD$	2.	भु . भु . भु . तथ्य अनुसार
3.	$\therefore \angle ADB = \angle CBD$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
4.	$\therefore AD \parallel BC$	4.	तथ्य 3 अनुसार एकान्तर कोणहरू बराबर भएकाले
5.	$\therefore \angle ABD = \angle CDB$	5.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
6.	$\therefore AB \parallel DC$	6.	तथ्य 5 अनुसार एकान्तर कोणहरू बराबर भएकाले
7.	$\therefore ABCD$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो	7.	तथ्य 3 र 5 अनुसार सम्मुख भुजाहरू समानान्तर भएकाले

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

सम्मुख भुजाहरू र आसन्न भुजाहरू बराबर भएको चतुर्भुजलाई पनि समानान्तर चतुर्भुज भन्न सकिन्छ वा सकिँदैन ? सकिन्छ भने कसरी र सकिँदैन भने किन सकिँदैन ?

छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

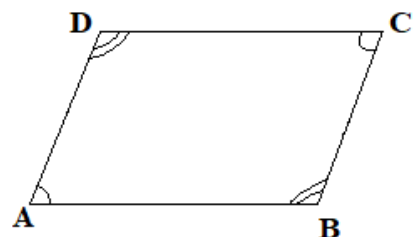
- सम्मुख कोणहरू बराबर भएको चतुर्भुज निर्माण गर्न
- सम्मुख कोणहरू बराबर भएका चतुर्भुजलाई समानान्तर चतुर्भुज भनी प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू, चार्टपेपर

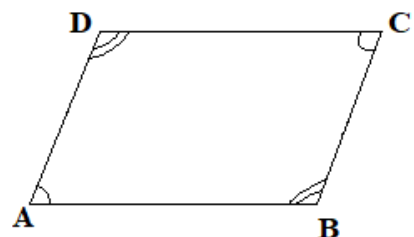
क्रियाकलाप १

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरमा सम्मुख कोणहरू बराबर हुने एउटा एउटा चतुर्भुज खिचन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- शिक्षकलाई नोट : चतुर्भुजका सबै भित्रीकोणहरूको योगफल 360° हुन्छ भन्ने तथ्यमा आधारित रहेर चतुर्भुज खिचन लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

- (क) क्रियाकलाप 1 मा बनाएको सम्मुख कोण बराबर भएको चतुर्भुजबाट सम्मुख भुजाहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन भन्नुहोस् ।
- (ख) सम्मुख भुजाहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन तलको तालिका भरी उक्त चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ वा हुँदैन निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।



भुजाका नापहरू				कोणका नापहरू		नतिजा
AB	BC	CD	DA	$\angle A + \angle B$	$\angle C + \angle D$	

नोट : दुई सिधा रेखाखण्डलाई अर्को सिधा रेखाले काट्दा बन्ने क्रमागत भित्रीकोणको योगफल 180° भएमा उक्त दुई सिधा रेखाखण्डहरू समानान्तर हुन्छन् ।

- (ग) सम्मुख भुजाहरूको सम्बन्ध के पाइयो ? त्यस्तैगरी कोणहरूमा पनि कुनै किसिमको सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ? जस्ता प्रश्नहरू सोधी निष्कर्षमा पुग्न सहयोग गर्नुहोस् ।
- (घ) के यसरी तयार गरिएका सबै समूहका चतुर्भुजहरू समानान्तर चतुर्भुज भए ?

क्रियाकलाप ३

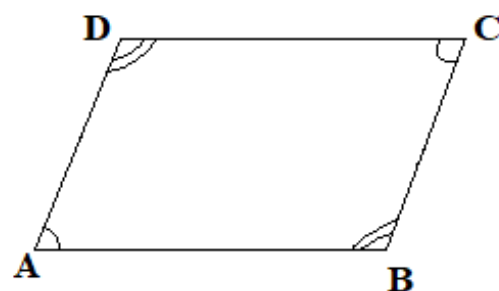
- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक विद्यार्थीलाई सम्मुख कोणहरू बराबर भएको चतुर्भुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब समूहमा छलफल गरी उक्त चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ भन्ने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित

गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 278 को साध्य 5 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 278 को साध्य 5 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : चतुर्भुज ABCD मा $\angle ADC = \angle ABC$ र $\angle DAB = \angle BCD$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।
अर्थात् $AB \parallel DC$ र $AD \parallel BC$



क्र.स	तथ्यहरू	क्र.स	कारणहरू
1.	$\angle ADC + \angle ABC + \angle DAB + \angle BCD = 360^\circ$	1	चतुर्भुजका भित्री कोणहरूको योगफल 360° हुन्छ ।
2.	$\angle ADC + \angle ABC + \angle DAB + \angle BCD = 360^\circ$ अथवा, $2\angle ADC + 2\angle DAB = 360^\circ$ $\therefore \angle ADC + \angle DAB = 180^\circ$	2	$\angle ADC = \angle ABC$ र $\angle DAB = \angle BCD$ भएकाले
3.	$\therefore AB \parallel DC$	3	तथ्य 2 अनुसार क्रमागत भित्रीकोणहरूको योगफल 180° भएकाले
4.	$\therefore \angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$	4	कारण 1 र 2 जस्तै
5.	$\therefore AD \parallel BC$	5	तथ्य 4 अनुसार क्रमागत भित्रीकोणहरूको योगफल 180° भएकाले
7.	$\therefore ABCD$ एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।	7	तथ्य 3 र 5 अनुसार सम्मुख भुजाहरू समानान्तर भएकाले

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

आसन्न कोणहरू बराबर भएको चतुर्भुजलाई पनि समानान्तर चतुर्भुज भन्न सकिन्छ, वा सकिँदैन ? सकिन्छ, भने कसरी ? सकिँदैन भने किन ?

सातौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक र सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्न
- विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजित हुने चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ भनी प्रयोगात्मक परीक्षणद्वारा प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

- ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू, चार्टपेपर

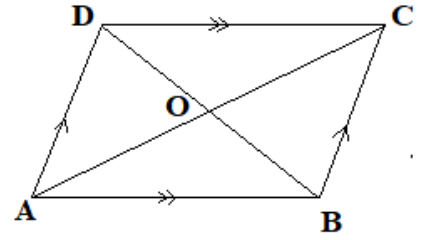
क्रियाकलाप १

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरूको प्रयोग गरी प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरहरूमा एउटा समानान्तर चतुर्भुज रचना गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई उनीहरूले तयार गरेको समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू जोड्न लगाउनुहोस् । विकर्ण काटिएको बिन्दुलाई O नाम दिनुहोस् ।

(घ) समानान्तर चतुर्भुजमा AO, CO, BO र DO को नाप लिई तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।



भुजाहरूको नाप				निष्कर्ष
AO	CO	BO	DO	

(ङ) माथिको तालिकाबाट प्राप्त निष्कर्षमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

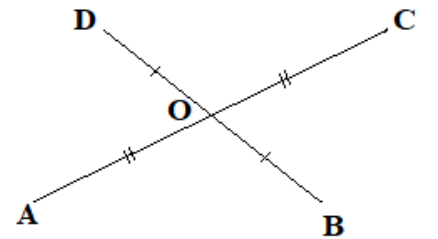
क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 279 को साध्य 6 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 279 को साध्य 6 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

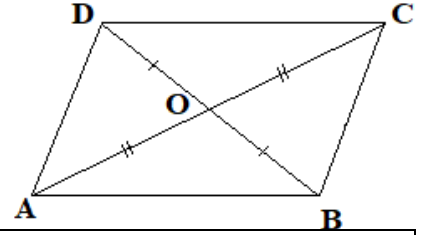
(ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरहरूमा परस्पर समद्विभाजन हुने गरी दुईओटा



रेखाखण्डहरू खिचन लगाउनुहोस् । प्रत्येक समूहलाई उनीहरूले तयार गरेको चित्रमा बिन्दुहरूलाई जोडी चतुर्भुजको निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(ग) चतुर्भुजमा विकर्ण एकआपसमा काटिएका बिन्दु O राख्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब चतुर्भुजका भुजाहरूको नाप लिई तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।



भुजाहरूको नाप				निष्कर्ष
AB	BC	CD	DA	

(ङ) माथीको तालिकाबाट प्राप्त निष्कर्ष विद्यार्थीबिच समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन (गृहकार्य)

विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजित हुने चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ भनी सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

(क) समानान्तर चतुर्भुजका विभिन्न विशेषताहरूको सूची चार्ट पेपरमा तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) समानान्तर चतुर्भुज र अन्य चतुर्भुजहरूका बिचको तुलनात्मक तथ्यहरू प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजित हुने चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ भनी सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्न
- समानान्तर चतुर्भुज विभिन्न विशेषताहरू प्रयोग गरि विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो दिनको गृहकार्यमा दिइएको समस्या समाधान गर्न नसकेमा छलफलद्वारा प्रमाणित गरिदिनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका एकएक ओटा चार्ट बाँड्नुहोस् ।

(ग) समूहमा छलफल गरी प्रश्नका उत्तरहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

(क) दिइएको चित्रमा **a** र **b** को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$\angle STR = \angle SRT$ [समद्विबाहु त्रिभुजका आधारकोणहरू बराबर हुन्छन् ।]

$\therefore \angle STR = \angle SRT = x$ मानौं ।

अब,

ΔSTR मा

$\angle R + \angle T + \angle S = 180^\circ$ [त्रिभुजका भित्री कोणहरूको योगफल दुई समकोण हुन्छ ।]

or, $x + x + 38^\circ = 180^\circ$

or, $2x = 142^\circ$

$\therefore x = 71^\circ$

फेरि,

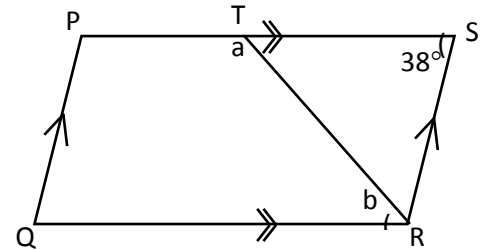
$\angle RTS + \angle RTP = 180^\circ$ [सरल कोण भएकाले]

or, $x + a = 180^\circ$

or, $71^\circ + a = 180^\circ$

$\therefore a = 109^\circ$

अब,



$$\angle RTP + \angle QRT = 180^\circ \quad [PS \parallel QR \text{ हुँदा क्रमागत भित्री कोणहरू भएकाले}]$$

$$\text{or, } a + b = 180^\circ$$

$$\text{or, } 109^\circ + b = 180^\circ$$

$$\therefore b = 71^\circ$$

(ख) दिइएको चित्रमा a , b र c को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ \quad [\text{क्रमागत भित्री कोणहरूको}]$$

योगफल 180° हुन्छ ।]

$$\text{or, } (12a - 18)^\circ + (a - 10)^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } 12a - 18^\circ + a - 10^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } 13a - 28^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } 13a = 208^\circ$$

$$\therefore a = 16^\circ$$

फेरि,

$$\angle ADC = \angle ABC \quad [\text{समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।}]$$

$$\text{or, } (b - 10)^\circ = (12a - 18)^\circ$$

$$\text{or, } b - 10^\circ = 12a - 18^\circ$$

$$\text{or, } b - 10^\circ = 12 \times 16^\circ - 18^\circ$$

$$\text{or, } b - 10^\circ = 174^\circ$$

$$\therefore b = 184^\circ$$

अब,

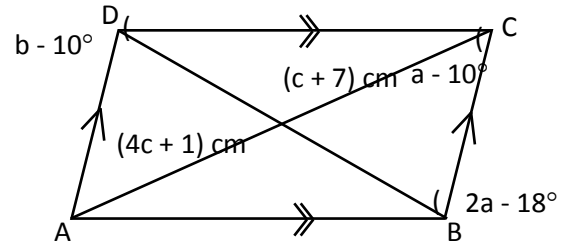
$$AO = CO \quad [\text{समानान्तर चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुन्छन् ।}]$$

$$\text{or, } 4c + 1 = c + 7$$

$$\text{or, } 4c - c = 7 - 1$$

$$\text{or, } 3c = 6$$

$$\therefore c = 2$$



प्रश्नहरू

(क) के सही छ होला ? समूहमा केही समय छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 281 को प्रश्न न. 1 देखि 4 सम्ममा सबै गणितीय समस्याहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समानान्तर चतुर्भुज विभिन्न विशेषताहरू प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय सैद्धान्तिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

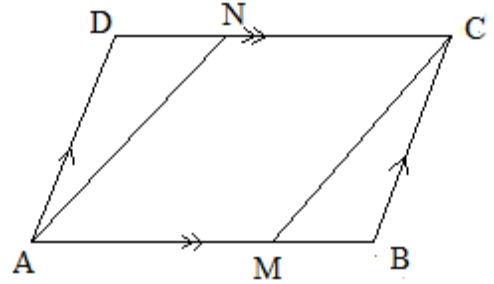
प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप १

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका एक एकओटा चार्ट बाँड्नुहोस् ।
 (ग) समूहमा छलफल गरी प्रश्नका उत्तरहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

(क) ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । यदि M र N रेखाखण्डहरू AB र DC का मध्यबिन्दुहरू हुन् भने AMCN एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



थाहा दिइएको : ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो जसमा $AM = BM$ र $DN = NC$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : चतुर्भुज AMCN एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।

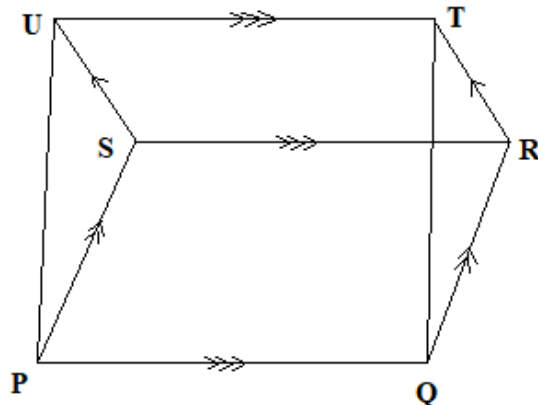
क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	$AB = 2 AM$	1.	थाहा दिइएको
2.	$DC = 2 NC$	2.	थाहा दिइएको
3.	$AB = DC$ अथवा, $2 AM = 2 NC$ $\therefore AM = NC$	3.	थाहा दिइएको र तथ्यहरू 1 र 2 बाट
4.	त्यस्तै, $AM \parallel NC$	4.	किनकि $ABM \parallel DC$
5.	$\therefore AM = NC$ र $AM \parallel NC$	5.	तथ्यहरू 3 र 4 बाट
6.	$\therefore AN = MC$ र $AN \parallel MC$	6.	तथ्यहरू 5 बाट, दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका एकैतिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डहरू पनि एकआपसमा बराबर र समानान्तर हुन्छन् ।

प्रमाणित भयो ।

(ख) दिइएको चित्रमा चतुर्भुजहरू PQRS र SRTU समानान्तर चतुर्भुजहरू हुन् । यसमा तलका तथ्यहरू प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(अ) $PU = QT$

(आ) $\Delta PSU = \Delta QRT$



थाहा दिइएको : चतुर्भुजहरू PQRS र SRTU समानान्तर चतुर्भुजहरू हुन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : अ) $PU = QT$

आ) $\Delta PSU \cong \Delta QRT$

क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	समानान्तर चतुर्भुज PQRS मा $PQ = SR$ र $PQ \parallel SR$	1.	समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर र समानान्तर हुन्छन् ।
2.	समानान्तर चतुर्भुज SRTU मा $UT = SR$ र $UT \parallel SR$	2.	समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर र समानान्तर हुन्छन् ।
3.	$\therefore PQ = UT$ र $PQ \parallel UT$	3.	तथ्यहरू 1 र 2 बाट
4.	त्यस्तै, $PU = QT$ र $PU \parallel QT$ $\therefore PU = QT$	4.	तथ्यहरू 3 बाट, दुईओटा बराबर र समानान्तर रेखाखण्डहरूका एकैतिरका छेउछेउका बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डहरू पनि एकआपसमा बराबर र समानान्तर हुन्छन् ।
5.	ΔPSU र ΔQRT मा	5.	
i)	$PU = QT$	i)	तथ्य 4 बाट
ii)	$PS = QR$	ii)	समानान्तर चतुर्भुज PQRS का सम्मुख भुजाहरू भएकाले
iii)	$SU = RT$	iii)	समानान्तर चतुर्भुज SRTU का सम्मुख भुजाहरू भएकाले
6.	$\therefore \Delta PSU \cong \Delta QRT$	6.	भु . भु . भु . तथ्यअनुसार

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 282 को प्रश्न न. 5 देखि 9 सम्ममा सबै गणितीय समस्याहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

पाठ १५

रचना

परिचय

तीन वा सोभन्दा बढी सरल रेखाहरू वा रेखाखण्डहरू एकआपसमा प्रतिच्छेदन गर्दा विभिन्न बन्द ज्यामितीय आकृतिहरू तयार हुने गर्दछ। ती बन्द आकृतिहरूलाई त्रिभुज, चतुर्भुज, पञ्चभुज आदि भनिन्छ। यस क्रममा यदि चारओटा रेखाहरू वा रेखाखण्डहरू एकआपसमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् भने यस क्रममा बन्द ज्यामितीय आकृतिलाई चतुर्भुज भनिन्छ। भुजा एवम् कोणहरूबिचको आपसी सम्बन्धको आधारमा चतुर्भुजलाई विभिन्न प्रकारहरूमा बाँटिएको छ, जस्तै: आयत, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज, समबाहु चतुर्भुज, विषमबाहु चतुर्भुज आदि।

यस पाठमा विषमबाहु चतुर्भुज, समबाहु चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजको रचनासम्बन्धी विषयवस्तु समावेश गरिएको छ। दिइएका चित्रहरूको फरक फरक नाप लिँदा जहाँ भुजाहरू, कोण, विकर्ण, समानान्तर रेखाहरू, लम्ब रेखाहरूका आधारमा चतुर्भुजहरूको रचना छलफल, प्रयोगात्मक र प्रदर्शन विधिहरूको प्रयोग गरेर सिकाउने उद्देश्य राखिएको छ। कोठा, करेसाबारी, खेतको गरा जस्ता आधार आउने चतुर्भुजहरूलाई दैनिक जीवनसँग जोडिने विषयवस्तुको अवधारणा दिने उद्देश्य राखिएको छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) विषमबाहु चतुर्भुज, समबाहु चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजहरूको रचना गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ।

शैक्षणिक योजना

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	चारभुजा र विकर्णको नाप दिइएको विषमबाहु चतुर्भुजको रचना	1	
2.	कोण र भुजा दिइएको अवस्थामा विषमबाहु चतुर्भुजको रचना	1	
3.	सलम्ब चतुर्भुज रचना गर्न	2	
4.	समबाहु चतुर्भुजको रचना गर्न	2	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

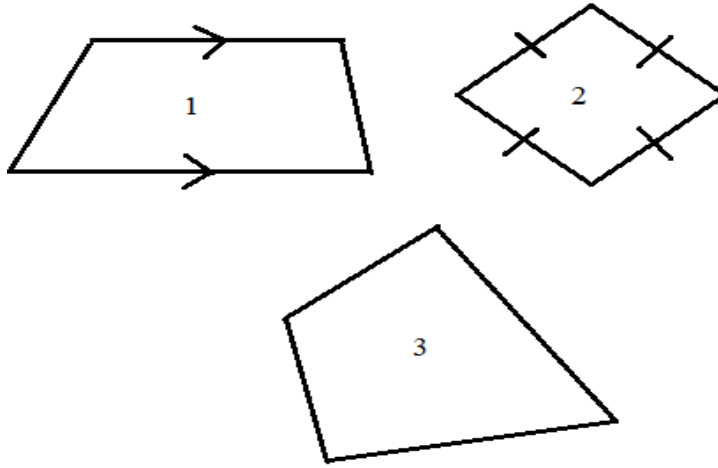
- समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज र विषमबाहु चतुर्भुजको परिभाषा भन्न र विशेषताहरूको सूची बनाउन
- चारभुजा र विकर्णको नाप दिइएको विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू, फ्लासकार्ड र चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई तल चित्रमा देखाएअनुसारका चतुर्भुजहरूको चित्र A₄ साइजमा तयार गरेर सबै विद्यार्थीलाई वितरण गर्नुहोस् ।



(ख) चतुर्भुजमा उल्लेख गरिएका 1, 2 र 3 नामकरणअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो चित्रअनुसार कुन कुन चतुर्भुज हो ? नाम लेख्न र उक्त ज्यामितीय आकृतिको परिभाषा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो भागमा परेका चतुर्भुजका विशेषताका बारेमा छलफल गरी A₄ साइजको पेपरमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) तीनओटै समूहले तयार पारेको निष्कर्ष पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) समबाहु, विषमबाहु र समलम्ब चतुर्भुजका विशेषताहरूमा आपसका साझा विशेषता र फरक विशेषताका बारेमा प्रश्नहरू सोधी छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

समबाहु, विषमबाहु र समलम्ब चतुर्भुजका 2 ओटा विशेषताहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएको सानो फ्लासकार्ड बाँड्नुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा छलफल गरी खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न: तल दिइएको नापका आधारमा विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

जस्तै, विषमबाहु चतुर्भुज ABCD जहाँ $AB = AD = 3\text{ cm}$, $BC = 2.5\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$ र $BD = 5\text{ cm}$.

(ग) विद्यार्थीलाई तयार गरिएको खेस्रा चतुर्भुज केही समयपछि तरिकासहित प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै:

(घ) छलफलबाट प्राप्त भएका तरिकाहरूमध्ये कुनै एक तरिकालाई सो कसरी अघाडि बढ्ने हो सो विस्तृत रूपमा छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै, (अ) सिधा रेखा $AB = 3\text{ cm}$ खिच्नुहोस् ।

(आ) बिन्दु A बाट 3 cm को अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् ।

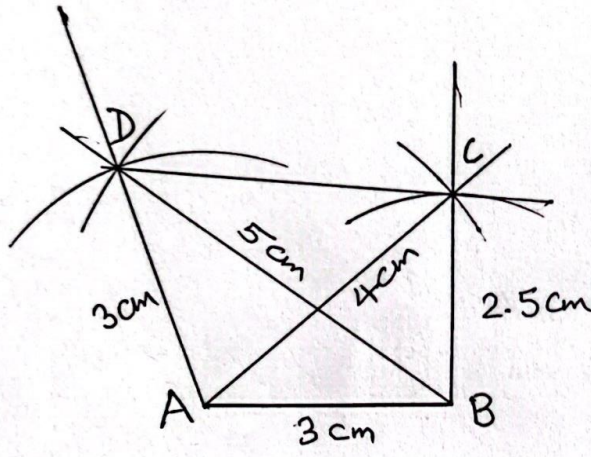
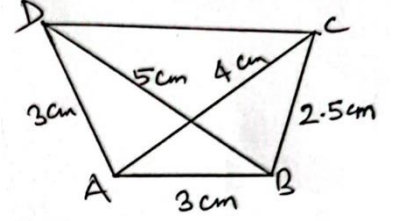
(इ) बिन्दु B बाट 5 cm को अर्धव्यास लिएर पहिलेको चापलाई काटिएको बिन्दुलाई DB नाम दिनुहोस् ।

(ई) A र D अनि B र D लाई जोड्नुहोस् ।

(उ) फेरि B बाट 2.5 को अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् ।

(ऊ) बिन्दु A बाट 4 cm को अर्धव्यास लिएर अगि खिचेको चापलाई काटेको बिन्दुलाई C नाम दिनुहोस् ।

(ए) D र C लाई जोड्नुहोस् र यसरी आवश्यक चतुर्भुज ABCD तयार भयो ।



(ङ) रचना गरेको चतुर्भुजका तथ्याङ्क दिइएको तथ्याङ्कसँग मेल खाएको नखाएको अवस्थाको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार पृष्ठपोषण पनि गर्नुहोस् ।

(च) आवश्यकतानुसार अन्य तरिकाहरू अपनाएर रचना गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको अवस्थामा विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गर्ने कुनै अर्को तरिका भए सोअनुसार पनि रचना गर्नुहोस् ।
गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 287 को अभ्यास 15.1 को प्रश्न न. 2 पूरा गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कोण र भुजा दिइएको अवस्थामा विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू, फ्लासकार्ड र चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) पहिलो दिन रचना गरेको चतुर्भुजमा के के तथ्याङ्कहरू दिइएका थिए र कसरी उक्त तथ्याङ्कहरूका आधारमा

चतुर्भुजको रचना गरियो सो कुरा पुनरावृत्ति गर्नका लागि विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रस्तुतिपछि विद्यार्थीलाई केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएको सानो फ्लासकार्ड बाँड्नुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा छलफल गरी खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न: दिइएको नाप अनुसारको चतुर्भुज रचना गर्नुहोस् ।

जस्तै :- चतुर्भुज PQRS जसमा $PQ = 4 \text{ cm}$, $QR = 5 \text{ cm}$, $RS = 4.5 \text{ cm}$, $\angle Q = 120^\circ$ र $\angle R = 75^\circ$ ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई तयार भएको खेस्रा केही समयपछि उनीहरूको तरिकासहित प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

(ङ) अब विद्यार्थीलाई आफूसँगै दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा चतुर्भुज रचना गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) $QR = 5 \text{ cm}$ भएको रेखाखण्ड खिच्नुहोस् ।

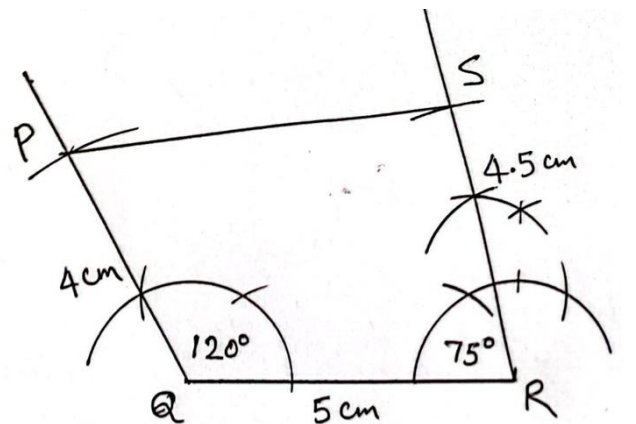
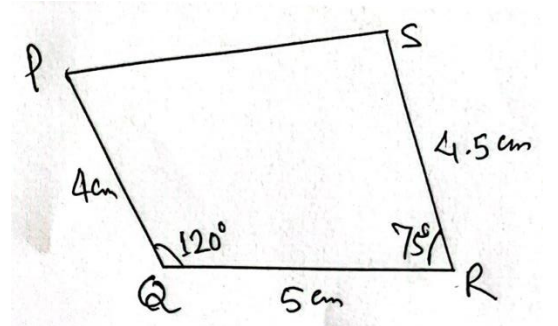
(आ) बिन्दु Q मा पेन्सिल कम्पासको सहायताले 120° को कोण र बिन्दु R मा 75° को कोण खिच्नुहोस् ।

(इ) बिन्दु R लाई केन्द्रमानी 4.5 cm को अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् र काटिएको ठाउँलाई S नामकरण गर्नुहोस् ।

(ई) फेरी बिन्दु Q लाई केन्द्रमानी 4 cm को अर्धव्यास लिएर चाप खिच्नुहोस् र काटिएको ठाउँलाई P नामकरण गर्नुहोस् ।

(ऊ) P र S लाई जोड्नुहोस् र यसरी आवश्यक चतुर्भुज PQRS तयार भयो ।

(च) रचना गरेको चतुर्भुजका तथ्याङ्क दिइएको



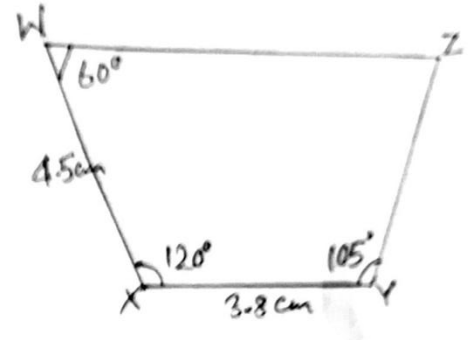
तथ्याङ्कसँग मेल खाएको नखाएको अवस्थाको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार पृष्ठपोषण पनि गर्नुहोस् ।

(छ) आवश्यकतानुसार अन्य तरिकाहरू अपनाएर रचना गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

तल दिइएअनुसारको विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गरी आफूसँगै गर्न लगाई निम्नानुसार छलफल गराउनुहोस् :

चतुर्भुज $WXYZ$ जहाँ $WX = 4.5 \text{ cm}$, $\angle WXY = 120^\circ$, $XY = 3.8 \text{ cm}$, $\angle XYZ = 105^\circ$ र $\angle XWZ = 60^\circ$.



(क) दिइएको नापअनुसारको नमुना खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै :

(ख) दिइएअनुसारको चरण तपाईंसँगै विद्यार्थीलाई रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

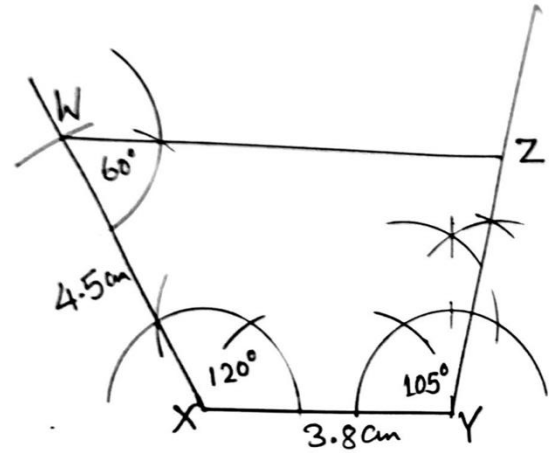
(अ) $XY = 3.8 \text{ cm}$ भएको नापको रेखाखण्ड खिचन लगाउनुहोस् ।

(आ) बिन्दु X मा पेन्सिल कम्पास सहायताले 120° को कोण खिचनुहोस् ।

(इ) बिन्दु X लाई केन्द्र मानेर 4.5 cm को अर्धव्यास लिएर चाप खिचनुहोस् र काटिएको ठाउँलाई W नामकरण गर्नुहोस् ।

(ई) बिन्दु Y मा कम्पास/प्रोट्रयाक्टरको सहायताले 105° कोण खिचनुहोस् ।

(उ) बिन्दु W मा पेन्सिल कम्पास सहायताले 60° कोण खिचनुहोस् । बिन्दु W र Y बाट कोण खिच्दा रेखाहरू प्रतिच्छेदन भएको बिन्दुलाई Z नामकरण गर्नुहोस् र यसरी आवश्यक चतुर्भुज $WXYZ$ तयार भयो ।



(ग) रचना गरेको चतुर्भुजका तथ्याङ्क दिइएको तथ्याङ्कसँग मेल खाएको नखाएको अवस्थाको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार पृष्ठपोषण पनि गर्नुहोस् ।

(घ) आवश्यकतानुसार अन्य तरिकाहरू अपनाएर रचना गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तीनओटा कोण र दुईओटा आसन्न भुजा दिइएको अवस्थामा विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गर्न लगाई जाँचनुहोस् ।

विषमबाहु चतुर्भुज CDEF को रचना गर्नुहोस् जहाँ $CD = 6 \text{ cm}$, $\angle FCD = 120^\circ$, $\angle CDF = 75^\circ$, $CF = 5 \text{ cm}$, $\angle CFE = 60^\circ$.

गृहकार्य :

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 287 को अभ्यास 15.1 को प्रश्न न. 3 र 6 पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समलम्ब चतुर्भुज रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति बक्सका सामग्री, चार्टपेपर

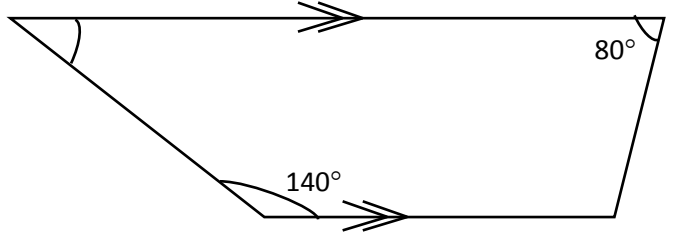
क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो दिन रचना गरेको चतुर्भुजमा के के तथ्याङ्कहरू दिइएका थिए र कसरी उक्त तथ्याङ्कहरूका आधारमा

चतुर्भुजको रचना गरियो सो कुरा पुनरावृत्ति गर्नका लागि विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रस्तुतिपछि विद्यार्थीलाई समलम्ब चतुर्भुजको परिभाषा, गुणहरू सोधी गुणका आधारमा समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : दायाँको चित्रमा बाँकी कोणहरूको मान कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

तल दिइएको नापअनुसारको समलम्ब चतुर्भुज रचना गर्नुहोस् ।

समलम्ब चतुर्भुज ABCD जसमा $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$, $CD = 3.2 \text{ cm}$, $\angle B = 75^\circ$ र $DC \parallel AB$

(पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 290 को अभ्यास 15.2 को प्रश्न न. 1 अनुसार)

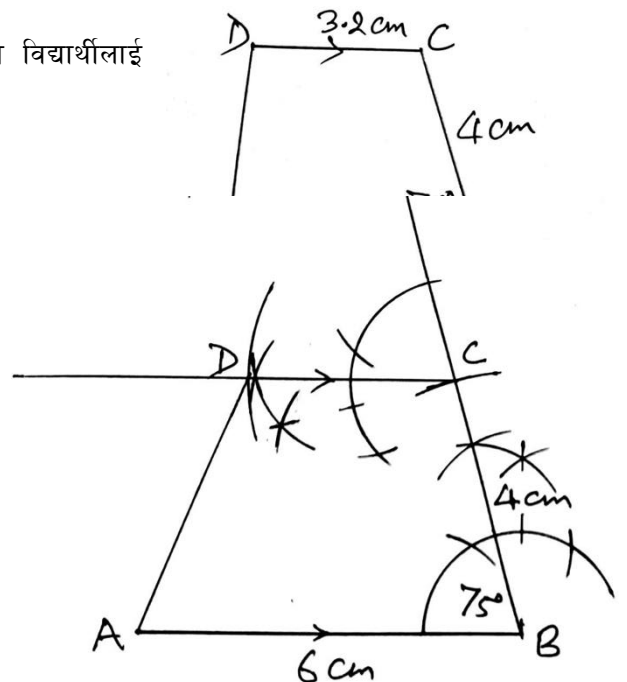
(क) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएको सानो फ्लासकार्ड बाँड्नुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा छलफल गरी खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तयार भएको खेस्रा केही समयपछि उनीहरूको तरिकासहित प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) देहायअनुसारको चरणहरू अवलम्बन गर्दै आफूसँगै विद्यार्थीलाई रचना गर्न लगाउनुहोस् र बिच बिचमा आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) $AB = 6 \text{ cm}$ लम्बाई भएको रेखा खण्ड खिच्नुहोस् ।

(आ) बिन्दु B मा पेन्सिल कम्पासको सहायताले 75° को कोण खिच्नुहोस् ।



(इ) बिन्दु B लाई केन्द्र मानी 4 cm को अर्धव्यासलिएर सोही रेखामा चाप खिचनुहोस् । काटिएको स्थानलाई C नाम दिनुहोस् ।

(ई) बिन्दु C मा 105° को कोण खिचनुहोस् । (बिन्दु C मा 105° को कोण खिचियो होला छलफल गरी विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।)

(उ) बिन्दु C लाई केन्द्र मानी 3.2 cm को अर्धव्यास लिएर सोही रेखामा चाप खिचनुहोस् । जुन बिन्दु D मा काटिन्छ ।

(ऊ) A र D लाई जोडनुहोस् । यसरी आवश्यक समलम्ब चतुर्भुज ABCD तयार भयो ।

क्रियाकलाप २

तल दिइएअनुसारको विषमबाहु चतुर्भुजको रचना गरी आफूसँगै गर्न लगाई निम्नानुसार छलफल गराउनुहोस् ।

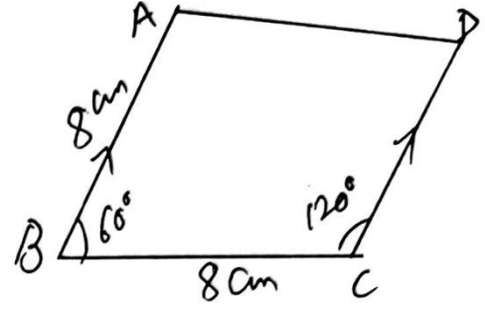
समलम्ब चतुर्भुज ABCD जसमा $AB \parallel CD$, $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $CD = 4 \text{ cm}$ र $\angle C = 120^\circ$

(अभ्यास 15.2 को प्र.न. 3 अनुसार)

(क) दिइएको नापअनुसारको समलम्ब चतुर्भुजको नमुना खाका तयार गरी नामकरण गर्न लगाउनुहोस्,

जस्तै :

(ख) देहायअनुसारको चरणहरू अवलम्बन गर्दै आफूसँगै विद्यार्थीलाई रचना गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(अ) $BC = 8 \text{ cm}$ लम्बाई भएको रेखाखण्ड खिचनुहोस् ।

(आ) बिन्दु C मा पेन्सिल कम्पासको सहायताले 120° को कोण खिचनुहोस् ।

(इ) बिन्दु B मा पेन्सिल कम्पासको सहायताले 60° कोण खिचन लगाउनुहोस् ।

(विद्यार्थीहरूलाई बिन्दु B मा किन 60° कोण किन खिचनु परेको होला ? जुन प्रश्नमा दिइएको छैन ।

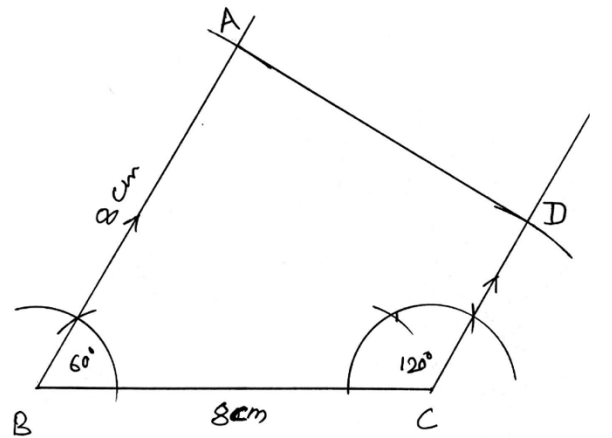
विद्यार्थीलाई प्रस्ट पारिदिनुहोस्, जस्तै : प्रश्नमा $AB \parallel CD$ देखाउनुपर्ने भएकाले क्रमागत भित्री कोणको योग 180° देखाउनुपर्ने भएकाले बिन्दु C मा 120°

दिइएकाले $\angle B$ मा 60° को कोण खिचिएको हो ।)

(ई) बिन्दु B बाट 8 cm को अर्धव्यास लिएर सोही 60° खिचिएको रेखामा चाप खिचनुहोस् र काटिएको बिन्दुलाई खाका नमुना अनुसार A नामकरण गर्नुहोस् ।

(उ) बिन्दु C बाट 4 cm को अर्धव्यास लिएर सोही 120° खिचिएको रेखामा चाप खिचनुहोस् र काटिएको

बिन्दुलाई D नामकरण गर्नुहोस् ।



(ऊ) A र D लाई जोडनुहोस् । यसरी आवश्यक समलम्ब चतुर्भुज ABCD तयार भयो ।

मूल्याङ्कन

समलम्ब चतुर्भुज PQRS को रचना गर्नुहोस् जसमा $PQ \parallel RS$, $PQ = 7.5 \text{ cm}$, $QR = 6.5 \text{ cm}$, $RS = 5 \text{ cm}$ र $\angle R = 75^\circ$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 290 को अभ्यास 15.2 को प्रश्न.न. 2 र 4 समाधान गर्न गर्नुहोस् ।

पाचौं र छैतौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समबाहु चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति सामग्रीहरू, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) अगिल्लो दिन रचना गरेको चतुर्भुजमा के के तथ्याङ्कहरू दिइएका थिए र कसरी उक्त तथ्याङ्कहरूका आधारमा

चतुर्भुजको रचना गरियो सो कुरा पुनरावृत्ति गर्नका लागि विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रस्तुतिपछि विद्यार्थीलाई केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएको सानो फ्लासकार्ड बाँड्नुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा छलफल गरी खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न: समबाहु चतुर्भुज EFGH को रचना गर्नुहोस् जसमा भुजा EF = 6.3 cm र शीर्षकोण $\angle E = 75^\circ$ (अभ्यास 15.3 को प्रश्न न. 2 अनुसार)

(घ) चार्टपेपरमा तयार पारेको नमुना खाका प्रदर्शन गरी छलफल गराउनुहोस् र सोहीअनुसार विद्यार्थीलाई खिच

लगाउनुहोस्, जस्तै :

(देहायअनुसारको चरण अवलम्बन गर्दै आफूसँगै विद्यार्थीलाई रचना गराउनुहोस् । छलफल गराउनुहोस् । आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) EF = 6.3 cm लम्बाइ भएको रेखा खण्ड खिचनुहोस् ।

(आ) बिन्दु E मा पेन्सिल कम्पास/प्रोट्रयाक्टरको मदतले 75° को कोण खिचनुहोस् ।

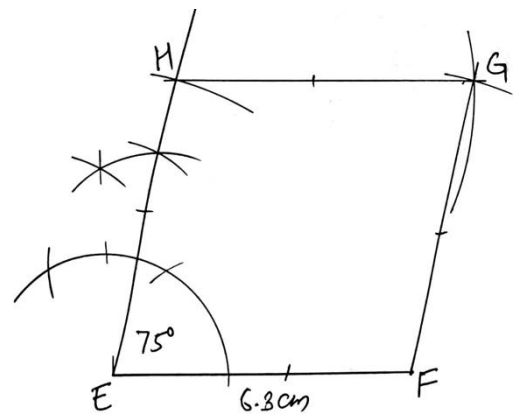
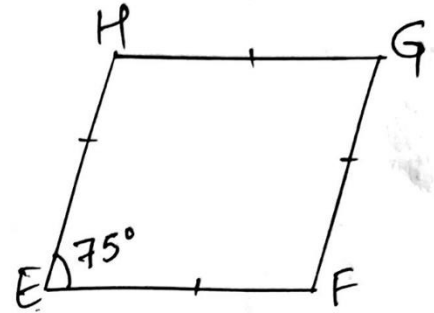
(इ) बिन्दु E बाट 6.3 cm को अर्धव्यास लिई सोही बिन्दुलाई H नामकरण गर्नुहोस् ।

(ई) सोही नापमा बिन्दु F र बिन्दु H बाट क्रमशः माथिपट्टि चाप खिचनुहोस् र प्रतिच्छेदन भएको बिन्दुलाई G नामकरण गर्नुहोस् । आवश्यक समबाहु चतुर्भुज EFGH रचना भयो ।

क्रियाकलाप २

(क) तल दिइएको नापअनुसारको समबाहु चतुर्भुज आफूसँगै रचना गर्न लगाउनुहोस् । छलफल गराउँदै आवश्यक

सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(ख) समबाहु चतुर्भुज PQRS को रचना गर्नुहोस् जसमा विकर्ण $PR = 9.4 \text{ cm}$ र $QS = 7.2 \text{ cm}$ (अभ्यास 15.3 को प्रश्न न. 1 को a अनुसार)

(ग) चार्टपेपरमा तयार पारेको नमुना खाका प्रदर्शन गर्दै छलफल गराउनुहोस् र सोहीअनुसार विद्यार्थीलाई नमुना खाका खिचन लगाउनुहोस् ।

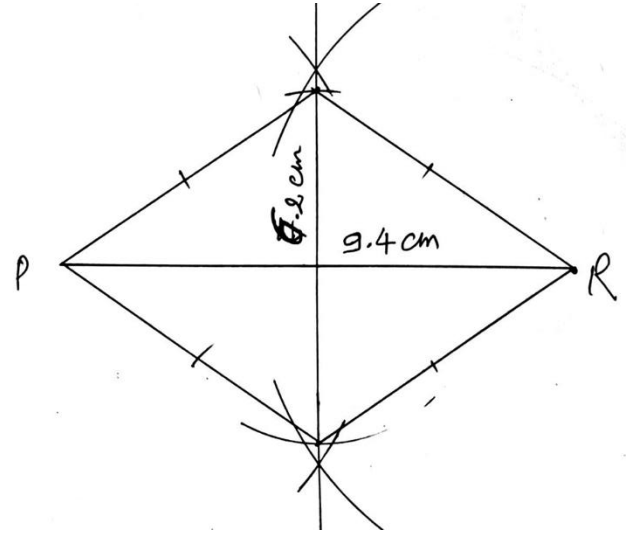
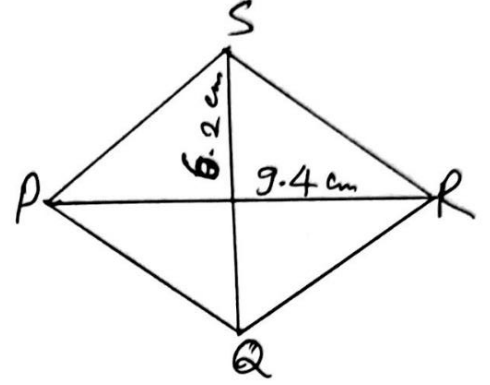
(घ) देहायअनुसारको चरणहरू अवलम्बन गर्दै आफूसँगै विद्यार्थीलाई रचना गराउनुहोस् । छलफल गराउनुहोस् । आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) एउटा सिधा रेखा $PR = 9.4 \text{ cm}$ खिचनुहोस् ।

(आ) कम्पासको मदतले उक्त PR रेखाको लम्बार्धक XY खिचनुहोस् र काटिएको बिन्दुलाई O नामकरण गर्नुहोस् ।

(इ) बिन्दु O लाई अर्धव्यास 3.6 cm हुनेगरी दुवैतर्फ (माथि OX र तलपट्टि OY) चाप खिचनुहोस् । काटिएको बिन्दुलाई S र Q नामकरण गर्नुहोस् ।

(ई) P र Q , Q र R , R र S , S र P लाई क्रमशः रूलरले जोड्नुहोस् । यसरी आवश्यक समबाहु चतुर्भुज PQRS रचना भयो ।



मूल्याङ्कन

तल दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा समबाहु चतुर्भुजहरू रचना गर्नुहोस् :

(क) समबाहु चतुर्भुज ABCD जसमा $AB = 5.9 \text{ cm}$ र $BD = 6.8 \text{ cm}$.

(ख) समबाहु चतुर्भुज IJKL जसमा $IJ = 5.1 \text{ cm}$ र शीर्षकोण $\angle I = 105^\circ$.

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 295 को अभ्यास 15.3 को प्रश्न.न. 1 देखि 4 समाधान गर्न गर्नुहोस् ।

पाठ : १६

वृत्त

परिचय

कुनै पनि एउटा चलायमान बिन्दु कुनै अर्को स्थिर बिन्दुबाट समान दुरीमा रही अगि बढ्दा तयार हुने बन्द बिन्दुपदलाई वृत्त भनिन्छ । स्थिर बिन्दुलाई उक्त वृत्तको केन्द्रबिन्दु भनिन्छ भने उक्त बिन्दुदेखि परिधिसम्मको दुरीलाई अर्धव्यास भनिन्छ । परिधिका कुनै दुई बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डलाई जीवा भनिन्छ । वृत्तको केन्द्रबिन्दु भएर जाने जीवा सबैभन्दा लामो हुन्छ । यसलाई वृत्तको व्यास भनिन्छ । व्यासले वृत्तलाई दुई बराबर भागमा विभाजन गर्दछ । यस पाठमा वृत्तका विभिन्न गुणहरूको सैद्धान्तिक एवम् प्रयोगात्मक परीक्षण गर्ने कार्य गरिन्छ । साथै वृत्तका ती विभिन्न गुणहरूको प्रयोग गरी गणितीय समस्याहरू पनि समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट जीवामा रेखित लम्बसँग उक्त जीवाको सम्बन्ध प्रयोगात्मक तथा सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न

(ख) वृत्तका बराबर जीवाहरू र केन्द्रबिन्दुबाट ती जीवाहरूसम्मका दुरीको सम्बन्धलाई प्रयोगात्मक रूपमा पुष्टि गर्न

(ग) वृत्तका केन्द्र र जीवासँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	वृत्तका विभिन्न भागहरू र तिनीहरूबिचका अन्तरसम्बन्ध पहिचान	1	
2.	वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्ब र जीवाबिचको सम्बन्ध	1	
3.	वृत्तको केन्द्रबाट जीवाको मध्यबिन्दुमा खिचिएको रेखा र उक्त जीवाबिचको सम्बन्ध	1	
4.	<ul style="list-style-type: none"> • वृत्तका बराबर जीवाहरूसँग केन्द्रबिन्दुको सम्बन्ध • वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा रहेका जीवाहरूसँगको सम्बन्ध 	1	
5.	वृत्तका विभिन्न विशेषताहरूसँग सम्बन्धित गणितीय समस्याहरू समाधान	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वृत्तका विभिन्न भागहरू र तिनीहरूविचका अन्तरसम्बन्ध पहिचान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू, सर्कलबोर्ड, धागो वा रबर ब्याण्ड र चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सर्कलबोर्डको बारेमा (कसरी बनाइन्छ ? के मा प्रयोग गरिन्छ ?) जानकारी दिनुहोस् ।

(ख) समूहमा विद्यार्थीलाई सर्कलबोर्डमा रबरब्याण्डको सहायताले केन्द्रबिन्दु, अर्धव्यास, व्यास, जीवा, परिधि का बारेमा बताउन लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई वृत्त कसरी खिचन सकिन्छ ? भनी छलफल गराउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर दिइ कम्पासको सहायताले एउटा वृत्तको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब उक्त बनाइएको वृत्तका विभिन्न भागहरूको चित्रसहित नामकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) पालैपालो तयार गरिएका चार्टपेपरहरूलाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । प्रस्तुत गर्दा वृत्तका विभिन्न भागहरूको सम्बन्धलाई पनि समेट्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) समूहगत रूपमा प्रस्तुतिपछि छुटेका विभिन्न भागहरूलाई चित्रमा प्रस्तुत गर्दै कक्षामा विस्तारित रूपमा व्याख्या

गर्नुहोस् ।

(अ) केन्द्रबिन्दु (Centre of the Circle)

(आ) अर्धव्यास (Radius)

(इ) परिधि (Circumference)

(ई) जीवा (Chord)

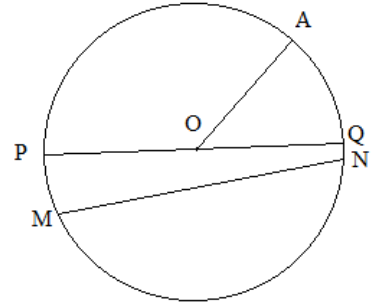
(उ) व्यास (Diameter)

(ऊ) चाप (Arc)

(ऋ) अर्धवृत्त (Semi-Circle)

(ए) क्षेत्रक (Sector)

(ऐ) वृत्तखण्ड (Segment)



क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्नहरू सोधी समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार

सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

विद्यार्थीका लागि प्रश्नहरू

(अ) कुनै वृत्तको अर्धव्यास 10 cm छ भने उक्त वृत्तको व्यास र परिधिको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) परिधि 154 cm भएको वृत्तको अर्धव्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) व्यास 14 cm भएको वृत्तको क्षेत्रफल कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) जीवा र व्यासका बिचमा कुनै सम्बन्ध हुन्छ ? कारणसहित उत्तर लेख्नुहोस् ।

(उ) कुनै एउटा वृत्तका दुईओटा अर्धव्यासहरूबिचको कोण 30° हुँदा चापको लम्बाइ 12 cm छ भने उक्त वृत्तको परिधि र अर्धव्यासको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई दुई दुई जनाको समूह बनाई एकको अर्कोसँग उत्तरहरू समान भए नभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् । यदि उत्तरहरू फरक आएको भएमा छलफल गरी सही उत्तर पत्ता लगाउनु भन्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) कुनै वृत्तको अर्धव्यास 14 cm छ भने उक्त वृत्तको व्यास र परिधिको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) परिधि 616 cm भएको वृत्तको अर्धव्यास र क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) क्षेत्रफल 1386 cm^2 भएको वृत्तको परिधि कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कुनै पनि वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्ब र जीवाविचको सम्बन्ध प्रयोगात्मक र सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्न
- वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्ब र जीवाविचको सम्बन्धका आधारमा विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू तथा चार्टपेपर

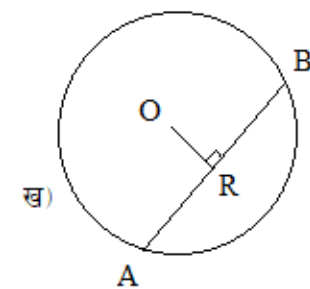
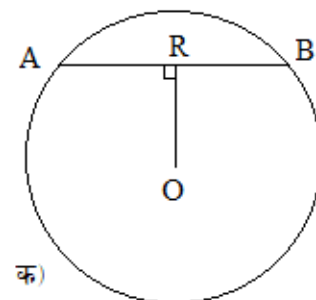
क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आ आफ्नो कापीमा पेन्सिल र कम्पासको सहायताले वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई आफूले खिचेको वृत्तहरूमा एक एकओटा जीवा खिचन लगाउनुहोस् ।

(ग) वृत्तको केन्द्रबाट उक्त जीवामा लम्ब कसरी खिचन सकिन्छ होला छलफल गराउनुहोस् । विद्यार्थीबाट उपयुक्त समाधान नआएमा सहयोग गर्नुहोस् ।

(घ) चित्रमा देखाएजस्तै वृत्तहरूको केन्द्रबिन्दुलाई 'O' नाम दिई चाप AB मा सेट स्क्वायरको मदतले लम्बरेखा OR खिचन लगाउनुहोस् । अब AR र BR को नाप रुलरको मदतले लिई तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।



चित्र	AR	BR	नतिजा
क			
निष्कर्ष			

माथिको तालिकाका आधारमा तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) प्रत्येक विद्यार्थीको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ?

(आ) सबै विद्यार्थीको एउटै निष्कर्ष आयो वा फरक फरक ?

(इ) फरक आयो भने किन आयो ?

(उ) माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गरी निष्कर्ष बताउन लगाउनुहोस् । साथै परीक्षामा सबैले कम्तिमा दुईओटा वृत्तमा परीक्षण गरी प्रयोगात्मकरूपमा प्रमाणित गर्नुपर्ने कुरा बताइदिनुहोस् ।

निष्कर्ष : वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्बले त्यस जीवालाई आधा गर्छ ।

क्रियाकलाप २

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई 3 वा 4 ओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई पेन्सिल कम्पासको सहायताले वृत्त खिची एउटा जीवा खिचनुहोस् ।

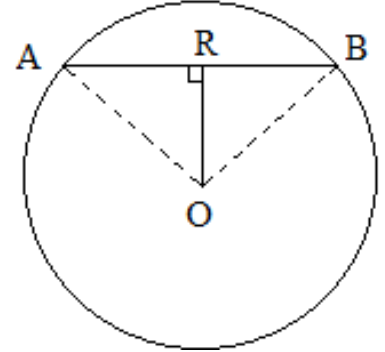
(ग) अब उक्त वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्बले जीवालाई समद्विभाजन गर्छ भन्ने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकतानुसार शिक्षकले सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज नं 297 को साध्य 1 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 297 को साध्य 1 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : चित्रमा O केन्द्रबिन्दु र AB जीवा छ । $OR \perp AB$ छ ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $AR = BR$

रचना : OA र OB जोडौं ।



क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	ΔORA र ΔORB मा	1.	
i)	$\angle ORA = \angle ORB$	i)	थाहा दिइएको
ii)	$OA = OB$	ii)	एउटै वृत्तका अर्धव्यासहरू बराबर हुने भएकाले
iii)	$OR = OR$	iii)	दुवै त्रिभुजहरूका साझा भुजा भएकाले
2.	$\therefore \Delta ORA \cong \Delta ORB$	2.	स.क.भु. तथ्यअनुसार
3.	$\therefore AR = BR$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

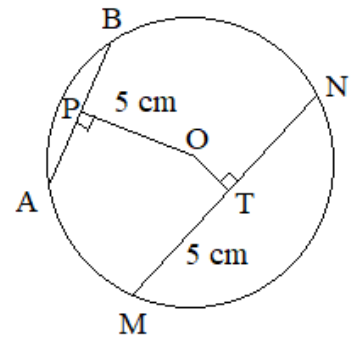
प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

तल दिइएका प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

(क) दिइएको चित्रमा MN जीवा नाप कति हुन्छ ? कारणसहित पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि वृत्तको अर्धव्यास 6 cm. हो भने AB जीवाको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।



तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

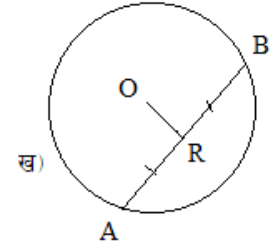
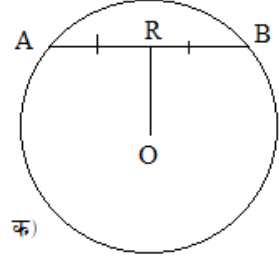
- कुनै पनि वृत्तको केन्द्रबाट जीवाको मध्यबिन्दु जोड्ने रेखा र उक्त जीवाविचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन
- वृत्तको केन्द्रबाट जीवाको मध्यबिन्दुमा जोड्ने रेखा र उक्त जीवाविचको सम्बन्धका आधारमा विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू कार्डबोर्ड पेपर तथा चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा पेन्सिल कम्पासको सहायताले दुई फरक फरक अर्धव्यास भएका वृत्त खिचन लगाउनुहोस् । उक्त वृत्तमा फरक नापका दुईओटा जीवाहरू बनाउन लगाउनुहोस् ।
- (ग) चित्रमा देखाएजस्तै वृत्तहरूको चाप AB को मध्यबिन्दु रूलरको सहायताले पत्ता लगाउन लगाई उक्त बिन्दु र केन्द्रबिन्दु जोड्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) अब दुईओटै वृत्तमा चाँदको मदतले $\angle ORA$ र $\angle ORB$ को नाप लिई तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

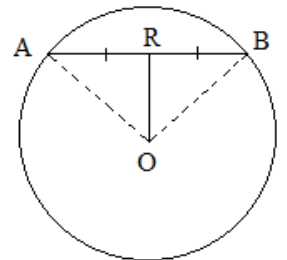


चित्र	$\angle ORA$	$\angle ORB$	नतिजा
क			
ख			
निष्कर्ष			

(ङ) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । के सबै समूहको एउटै निष्कर्ष आयो ? छलफल गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई अवस्थाअनुसार 3 वा 4 ओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) समूहमा छलफल गरी प्रत्येक विद्यार्थीलाई पेन्सिल कम्पासको मदतले एउटा वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब उक्त वृत्तको केन्द्रबाट जीवाको मध्यबिन्दुमा खिचिएको रेखा लम्ब हुन्छ भन्ने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(घ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 298 को साध्य 2 भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 298 को साध्य 2 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : चित्रमा O केन्द्रबिन्दु र AB जीवा छ जहाँ $AR = BR$ छ ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $OR \perp AB$

रचना : OA र OB जोडौं ।

क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1	ΔORA र ΔORB मा	1.	
i)	$AR = BR$	i)	थाहा दिइएको
ii)	$OA = OB$	ii)	एउटै वृत्तका अर्धव्यासहरू बराबर हुने भएकाले
iii)	$OR = OR$	iii)	दुवै त्रिभुजहरूका साझा भुजा भएकाले
2.	$\therefore \Delta ORA \cong \Delta ORB$	2.	भु.भु.भु. तथ्यअनुसार
3.	$\therefore \angle ORA = \angle ORB$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
4.	$\angle ORA + \angle ORB = 180^\circ$ $\angle ORA + \angle ORA = 180^\circ$ $2 \angle ORA = 180^\circ$ $\therefore \angle ORA = 90^\circ = \angle ORB$	4.	सिधा रेखामा एकैतिर बनेका आसन्न कोणको योगफल भएकाले र तथ्य 3 बाट
5.	$\therefore OR \perp AB$	5.	तथ्य 4 अनुसार $\angle ORA = 90^\circ = \angle ORB$ भएकाले

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 304 को अभ्यास 16 को प्रश्न न. 1 को क देखि ड सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

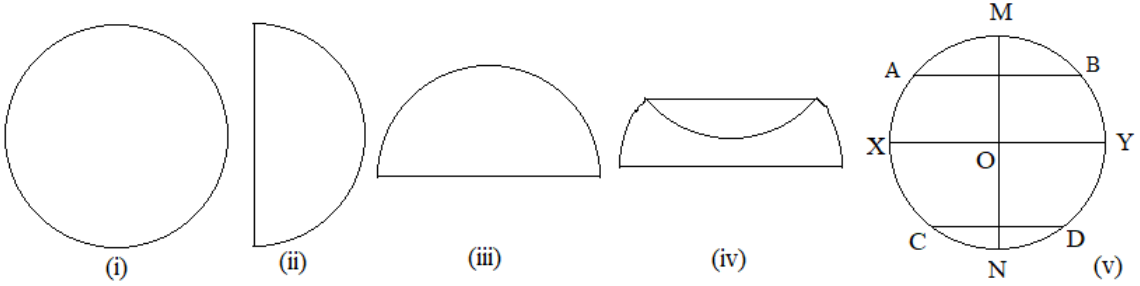
- कुनै वृत्तका बराबर जीवाहरू केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा पर्छन् भनी प्रयोगात्मक रूपमा प्रमाणित गर्न
- कुनै पनि वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा रहेका जीवाहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक रूपमा प्रमाणित गर्न ।
- माथिका गणितीय सम्बन्धका आधारमा विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न सक्ने छन् ।

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू तथा चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा 3 वा 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई कार्डबोर्ड पेपरबाट एक एकओटा वृत्ताकार आकृति काटेर निकाल्न लगाउनुहोस् ।
 (ग) उक्त वृत्ताकार आकृतिलाई क्रमशः (ii), (iii) र (iv) जस्तै गरी पट्याउन लगाउनुहोस् ।
 (घ) अन्त्यमा पट्याएको भागलाई राम्ररी फुकाउन लगाउनुहोस् ।

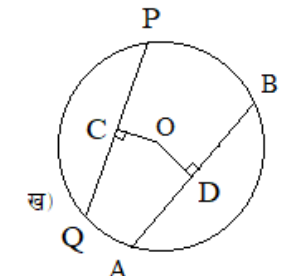
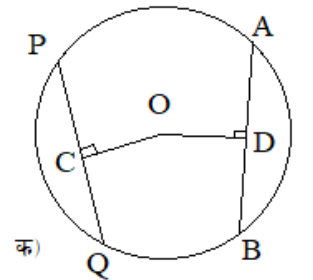


- (ङ) यसरी फुकाइसकेपछि पट्याउँदा बनेका जीवाहरूलाई नामकरण गर्न लगाउनुहोस् । चित्र (v) मा जीवाहरू AB, CD र XY तथा MN को सम्बन्ध के हुन्छ ? के AB, CD र XY का मध्यबिन्दुहरू ठाडो रेखा MN मा पर्छन् कि पर्दैनन् ? के जीवा CD र AB वृत्तको केन्द्र O बाट बराबर दुरीमा पर्छन् ? छलफल गराउनुहोस् ।

- (च) छलफलपश्चात् प्राप्त निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई पेन्सिल कम्पासको सहायताले दुई फरक फरक अर्धव्यास भएका वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।
 (ग) हरेक समूहलाई ती वृत्तहरूमा रूलरको सहायताले बराबर लम्बाइ भएका दुईओटा जीवाहरू AB को PQ बनाउन लगाउनुहोस् ।
 (घ) अब दुईओटै वृत्तमा रूलरको मदतले OC र OD को नाप लिई तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।



चित्र	OC	OD	नतिजा
-------	----	----	-------

क			
ख			

(ड) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

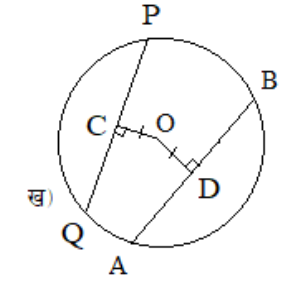
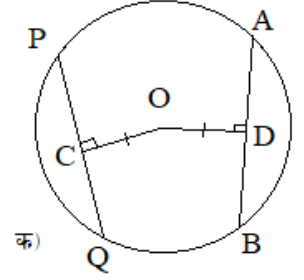
(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पेन्सिल कम्पासको सहायताले चार्टपेपरमा दुई फरक फरक अर्धव्यास भएका वृत्तको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) रूलर र सेटस्वायरको सहायताले केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा दुई जीवा AB र PQ बनाउन लगाउनुहोस् । जहाँ $OC \perp PQ$ र $OD \perp AB$ तथा, $OC = OD$ छ । यसक्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(घ) अब दुईओटै वृत्तमा रूलरको मदतले PQ र AB को नाप लिई तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र	PQ	AB	नतिजा
क			
ख			



(ड) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

कुनै एउटा वृत्तमा दुई ओटा जीवाहरू उक्त वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट 5 cm को दुरीमा छन् । यदि उक्त वृत्तको व्यास 12 cm हो भने उक्त जीवाहरूको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वृत्तका सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप १

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका एक एकओटा चार्ट बाँड्नुहोस् ।
 (ग) पहिला समूहका प्रत्येक सदस्यलाई समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् । तत्पश्चात् जोडीमा अनि समूहमा छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (क) सँगै दिइएको वृत्तको अर्धव्यास 7cm छ भने केन्द्रबिन्दु 'O' देखि बराबर जीवाहरू AB र CD सम्मको दुरी कति होला ?

यहाँ,

$$OB = 7\text{cm}$$

त्यस्तै,

$$AB = 10\text{cm}$$

$$MB = \frac{AB}{2} \quad (\because \text{वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा लम्ब हुने गरी खिचिएको रेखाले जीवालाई समद्विभाजन गर्दछ।})$$

$$\therefore MB = 5\text{cm}$$

$$OM = ?$$

ΔOBM मा

$$OB^2 = OM^2 + MB^2 \quad (\because \text{पाइथागोरस सूत्रअनुसार})$$

$$\text{or, } (7)^2 = (OM)^2 + (5)^2$$

$$\text{or, } 49 - 25 = (OM)^2$$

$$\text{or, } 24 = (OM)^2$$

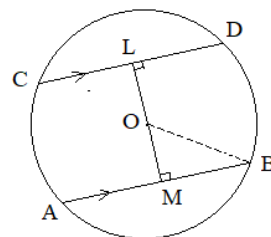
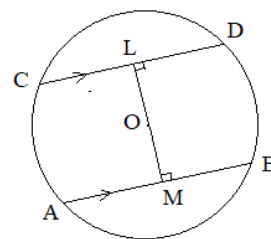
$$\therefore OM = 4.89 \text{ cm}$$

अब,

OM र OL को सम्बन्ध हेर्दा,

$$AB = CD = 10\text{cm र } \angle OLD = 90^\circ \text{ तथा } \angle OMB = 90^\circ$$

$\therefore OL = OM = 4.89 \text{ cm}$ (वृत्तको दुई बराबर जीवाहरू केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा हुन्छन् ।)



(ख) दिइएको चित्रमा X र Y वृत्तका केन्द्रबिन्दु हुन् । $XY \perp CD$ छ । CD ले केन्द्रबिन्दु X भएको वृत्तलाई बिन्दु

M र N मा तथा XY लाई 'P' मा काटेको छ, प्रमाणित गर्नुहोस् :

- i) $CM = DN$
ii) $CN = DM$

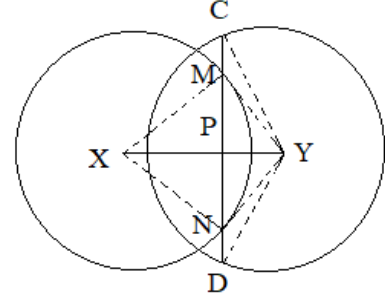
थाहा दिइएको : $XA \perp CD, YA \perp CD (\because XY \perp CD)$

X र Y दुई वृत्तका केन्द्रबिन्दु हुन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $CM = DN$ र $CN = DM$

रचना

- i) X र M तथा X र N लाई जोडौं ।
ii) Y र M तथा Y र N लाई जोडौं ।
iii) YC र YD रेखाहरू जोडौं ।



क्र.स.	तथ्यहरू	क्र.स.	कारणहरू
1.	ΔXNP र ΔXMP मा,	1.	
i)	$\angle XPM = \angle XPN$	i)	$XY \perp CD$ भएकाले
ii)	$XM = XD$	ii)	एउटै वृत्तका अर्धव्यासहरू भएकाले
iii)	$XP = XP$	iii)	दुवै त्रिभुजहरूका साझा भुजाहरू भएकाले
2.	$\therefore \Delta XNP \cong \Delta XMP$	2.	स. क. भु. तथ्यअनुसार
3.	$\therefore MP = NP$	3.	अनुरूप त्रिभुजहरूका संगति भुजा बराबर हुन्छन् ।
4.	$\therefore \Delta YCP \cong \Delta YDP$	4.	स. क. भु. तथ्यअनुसार तथ्य २ प्रमाणित गरे जस्तै गरी
5.	$\therefore CP = DP$	5.	अनुरूप त्रिभुजहरूका सङ्गति भुजा बराबर हुन्छन् ।
6.	$\therefore CP = DP$ अथवा, $CM + MP = DN + NP$ अथवा, $CM + MP = DN + MP$ $\therefore CM = DN$	6.	तथ्य ५ बाट र सिद्धान्त टुक्रे तथ्यअनुसार र तथ्य ३ बाट
7.	$\therefore CD = CD$ अथवा, $CD - CM = CD - DN$ अथवा, $DM = CN$ $\therefore CN = DM$	7.	एउटै जीवाबाट बराबर रेखाखण्डहरू घटाउँदा र सिद्धान्त टुक्रे तथ्यअनुसार

प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 304 को प्रश्न न. 1 को च देखि 4 सम्ममा सबै समस्याहरू समूहमा छलफल गरी समाधान गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

कार्डबोर्ड पेपरमा कम्पासको सहायताले गोलो बनाई कैंचीको सहायताले काट्नुहोस् र काटिएको चित्रमा रङ्गीन ग्लिटर पेपरलाई पनि त्यही बराबर आकारमा काटेर त्यसमा टाँस्नुहोस् । अब आइसक्रिम खाने काठको चम्चा वृत्तको केन्द्रमा टाँसिदिनुहोस् र वृत्तको परिधि अङ्कहरू लेख्दै गएर घडि बनाएर ल्याई सो घडी कक्षामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

तथ्याङ्कको वर्गीकरण र प्रस्तुतीकरण

परिचय

दैनिक जीवनमा विभिन्न प्रकारका तथ्याङ्कहरू सङ्कलन तथा प्राप्त तथ्याङ्कहरूको विश्लेषण गर्ने कार्य गरिन्छ । यस्ता तथ्याङ्कहरूमा विद्यार्थीको प्राप्ताङ्क, उमेरसमूह, आम्दानी समूह, तापक्रम आदि पर्दछन् । ती स्थलगत क्षेत्रबाट प्राप्त तथ्याङ्कहरूलाई विभिन्न प्रकारले वर्गीकरण तथा प्रस्तुतीकरण गर्न सकिन्छ, जस्तै: स्तम्भ चित्र, बारम्बारता तालिका, सञ्चित बारम्बारता तालिका, हिस्टोग्राम, बारम्बारता बहुभुज, सञ्चित बारम्बारता वक्र आदि पर्दछन् । यस पाठमा स्थलगत अध्ययनबाट प्राप्त विभिन्न तथ्याङ्कहरूलाई उपयुक्त तरिकाले वर्गीकरण गरी तिनीहरूलाई विभिन्न तवरबाट प्रस्तुत गर्ने कार्य गरिने छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ५

- (क) तथ्याङ्कको वर्गीकरण गर्न
- (ख) खण्डित र अविच्छिन्न श्रेणीमा रहेका तथ्याङ्कबाट बारम्बारता तालिका निर्माण गर्न
- (ग) सङ्कलित तथ्याङ्कबाट हिस्टोग्राम, बारम्बारता बहुभुज (frequency polygon) र सञ्चित बारम्बारता वक्र (frequency ogive) निर्माण गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	स्तम्भ चित्र अध्ययन र निर्माण	1	
2.	खण्डित बारम्बारता तालिका तथा श्रेणी अन्तरअनुसारको बारम्बारता तालिका	1	
3.	सञ्चित बारम्बारता तालिका	1	
4.	अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूलाई भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता तालिका	2	
5.	अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको हिस्टोग्राम	2	
6.	अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको बारम्बारता बहुभुज	2	
7.	अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको सञ्चित बारम्बारता वक्र (Ogive)	2	
8.	तथ्याङ्कको वर्गीकरण र प्रस्तुतीकरण परियोजना कार्य	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- स्तम्भ चित्रबाट जानकारी लिन र दिन
- प्राप्त तथ्याङ्कलाई स्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

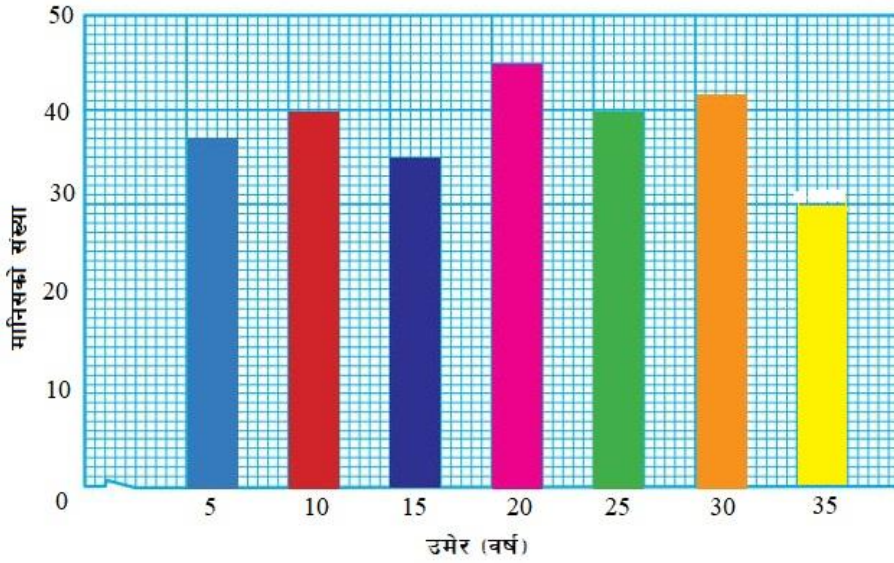
प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डहरू, तापक्रम नाप्ने थर्मोमिटर

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

तल दिइएको स्तम्भ चित्र अध्ययन गरी त्यससँग जोडिएका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।



- (अ) सर्वेक्षणमा 5 वर्षदेखि 35 वर्षसम्म जम्मा कति जना मानिस रहेछन् ?
- (आ) सबैभन्दा धेरै मानिसको सङ्ख्या कुन उमेर समूहमा रहेछन् र कति जना रहेछन् ?
- (इ) सबैभन्दा कम मानिसको सङ्ख्या कुन उमेर समूहमा रहेछन् र कति जना रहेछन् ?
- (ई) कुन कुन उमेर समूहमा मानिसको सङ्ख्या बराबर रहेछ ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एक घण्टाको फरक समयलाई निर्धारण गरी एक हप्ताको तापक्रमको मान टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब यसरी एक हप्ताभरि प्राप्त भएको तापक्रमको मानलाई आधार मानी उक्त तथ्याङ्कलाई स्तम्भ चित्रमा

प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
(घ) यसरी तयार गरिएको स्तम्भ चित्र तथा यससँग सम्बन्धित विवरण कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तयार गरिएको स्तम्भ चित्रबाट कुनै 3 ओटा जानकारीहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तथ्याङ्कहरूलाई खण्डित बारम्बारता तालिका तथा श्रेणी अन्तरअनुसारको बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, विद्यार्थीको हाजिरकापी

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

जन विकास मा.वि. को कक्षा 7 मा अध्ययनरत 30 जना विद्यार्थीको उचाइ (cm) तल दिइएको छ :

180, 182, 172, 162, 192, 195, 188, 177, 195, 200,
188, 195, 170, 192, 185, 178, 172, 184, 198, 205,
184, 177, 164, 195, 196, 186, 177, 198, 188, 168

- (अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (आ) दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (अ) यहाँ,

दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

उचाइ (cm)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
162	I	1
164	I	1
168	I	1
170	I	1
172	II	2
177	III	3
178	I	1
180	I	1
182	I	1
184	II	2
185	I	1
186	I	1
188	III	3
192	II	2
195	IIII	4
196	I	1

198		2
200		1
205		1

(आ) यहाँ,

दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

यस तथ्याङ्कमा सबैभन्दा सानो उचाइ 162 cm र सबैभन्दा ठुलो उचाइ 205 cm भएकाले पहिलो श्रेणी 160 – 170 र अन्तिम श्रेणी 200 – 210 हुन्छ ।

उचाइ (cm)	मिलान चिह्न	विद्यार्थी सङ्ख्या
160 – 170		3
170 – 180		7
180 – 190		9
190 – 200		9
200 – 210		2

प्रश्नहरू

- (अ) कुन उचाइ श्रेणीमा सबैभन्दा कम विद्यार्थी सङ्ख्या रहेछन् ?
 (आ) कुन उचाइ श्रेणीमा सबैभन्दा बढी विद्यार्थी सङ्ख्या रहेछन् ?
 (इ) 160 – 170 उचाइ समूहमा जम्मा कति जना विद्यार्थी रहेछन् ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
 (ग) अब प्रत्येक समूहलाई विद्यालयको कक्षा हाजिरीकापीबाट पछिल्लो महिनाभरि उपस्थित विद्यार्थीको सङ्ख्याको विवरण टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) यसरी आएको विवरणलाई क्रमैसँग बारम्बारता तालिका तथा उचित श्रेणीको अङ्कन गरिकन श्रेणी अन्तर बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 (ङ) प्राप्त नतिजालाई (तालिकालाई) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 313 को अभ्यास 17.1 को प्रश्न न. 1 र 2 पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक तथ्याङ्कहरूलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, मानिसको तौल नाप्ने सामग्री (Weighing Machine) ।

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

श्री मङ्गल मा.वि. को कक्षा 5 देखि कक्षा 9 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको उमेर (वर्ष) तल दिइएको छ :

10, 12, 10, 15, 16, 14, 10, 11, 12, 10, 12, 13, 10, 11, 15, 16, 14, 12, 13, 10, 11, 14, 16, 15, 16, 15, 14, 11, 10, 12, 13, 15, 11, 10, 15, 16, 12, 11, 10, 12, 13, 10, 12, 16, 17, 10, 12, 11, 12, 13, 14, 13, 14, 15, 11, 12, 10, 11, 10, 14, 10, 11, 12, 13, 15, 16

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) माथिको तालिकामा अर्को एउटा खण्ड थप्नुहोस् जसमा क्रमैसँग 10 वर्षका, 11 वर्ष र सोभन्दा कम, 12 वर्ष

र सोभन्दा कम, 13 वर्ष र सोभन्दा कम गर्दै अन्तिमसम्म सङ्ख्याहरूलाई सञ्चित गरेर देखाउनुहोस् ।

उमेर (वर्ष)	मिलान चिह्न	विद्यार्थी सङ्ख्या
10	### ## IIII	14
11	### ##	10
12	### ## II	12
13	### II	7
14	### II	7
15	### III	8
16	### II	7
17	I	1

उमेर (वर्ष)	मिलान चिह्न	विद्यार्थी सङ्ख्या	सञ्चित बारम्बारता
10	### ## IIII	14	14
11	### ##	10	14 + 10 = 24
12	### ## II	12	24 + 12 = 36
13	### II	7	36 + 7 = 43
14	### II	7	43 + 7 = 50

15		8	$50 + 8 = 58$
16		7	$58 + 7 = 55$
17		1	$55 + 1 = 56$

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको तौल मापन गरि विवरण टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी आएको विवरणलाई क्रमैसँग बारम्बारता तालिका तथा सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) प्राप्त नतिजालाई (तालिकालाई) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (अ) कक्षामा कुन तौल समूहका विद्यार्थी धेरै रहेछन् ?
- (आ) कक्षामा कुन तौल समूहका विद्यार्थी थोरै रहेछन् ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 313 को अभ्यास 17.1 को प्रश्न न. 4 पूरा गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तथ्याङ्कहरूलाई अविच्छिन्न/निरन्तर श्रेणीमा प्रस्तुत गर्न
- अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूलाई भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता तालिकामा व्यक्त गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, नाप्ने फित्ता, लामो उफ्राइ (Long Jump) का लागि आवश्यक स्थान तयारीका सामग्रीहरू जस्तै बालुवा, चुना आदि ।

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

श्री तिलगङ्गा मा.वि. को कक्षा ९ मा अध्ययनरत विद्यार्थीको पहिलो त्रैमासिक परीक्षामा गणित विषयमा प्राप्त भएका प्राप्ताङ्कहरू तल दिइएको छ :

42, 48, 42, 53, 58, 62, 72, 61, 31, 26, 55, 64, 58, 48, 38, 12, 17, 28, 38, 39, 58, 62, 74, 71, 68, 54, 59, 42, 43, 38, 73, 12, 18, 9, 7, 15, 22, 28, 57, 63, 44, 52, 64, 70

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) प्राप्त तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(अ) यहाँ,

दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा, यस तथ्याङ्कमा सबैभन्दा सानो प्राप्ताङ्क 7 र सबैभन्दा ठुलो प्राप्ताङ्क 72 भएकाले पहिलो श्रेणी 0 – 10 र अन्तिम श्रेणी 70 – 80 हुन्छ ।

प्राप्ताङ्क	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
विद्यार्थी सङ्ख्या	2	5	4	5	7	9	7	5

(आ) यहाँ,

प्राप्त तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको भन्दा कम सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या
10 भन्दा कम (< 10)	2
20 भन्दा कम (< 20)	$2 + 5 = 7$
30 भन्दा कम (< 30)	$7 + 4 = 11$
40 भन्दा कम (< 40)	$11 + 5 = 16$
50 भन्दा कम (< 50)	$16 + 7 = 23$
60 भन्दा कम (< 60)	$23 + 9 = 32$
70 भन्दा कम (< 70)	$32 + 7 = 39$
80 भन्दा कम (< 80)	$39 + 5 = 44$

प्राप्त तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या
0 भन्दा बढी (≥ 0)	44
10 भन्दा बढी (≥ 10)	$44 - 2 = 42$
20 भन्दा बढी (≥ 20)	$42 - 5 = 37$
30 भन्दा बढी (≥ 30)	$37 - 4 = 33$
40 भन्दा बढी (≥ 40)	$33 - 5 = 28$
50 भन्दा बढी (≥ 50)	$28 - 7 = 21$
60 भन्दा बढी (≥ 60)	$21 - 9 = 12$
70 भन्दा बढी (≥ 70)	$12 - 7 = 5$

मूल्याङ्कन

(क) सञ्चित बारम्बारता तालिका निर्माण गर्न के तथ्याङ्कलाई कुनै क्रममा मिलाउनुपर्दछ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (Long Jump) का लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (Long Jump) गर्न लगाउनुहोस् । प्रत्येक विद्यार्थीले उफ्राँदा पार गरेको लम्बाइको नाप फित्तले राम्ररी टिपोट गर्नुहोस् । (प्रत्येक विद्यार्थीलाई २ पटक उफ्रने मौका दिनुहोस् र दुवै पटकको उफ्राइको नाप लिनुहोस् ।)

कक्षा	विद्यार्थीको नाम	पहिलो लामो उफ्राइ नाप	दोस्रो लामो उफ्राइ नाप

(ङ) यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिइ अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(च) प्राप्त तथ्याङ्कलाई भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् गरी प्राप्त नतिजा

कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) कुन विद्यार्थी समूहले सबैभन्दा लामो दुरी पार गरेका रहेछन् ?

(आ) कुन विद्यार्थी समूहले सबैभन्दा छोटो दुरी पार गरेका रहेछन् ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 313 को अभ्यास 17.1 को प्रश्न न. 3 र 5 पूरा गर्नुहोस् ।

छैटौ र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको हिस्टोग्राम खिच्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, shot put को लागि फलामको गोला नाप्ने फित्ता, वर्गाङ्कित कागज (Graph Paper) ।

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

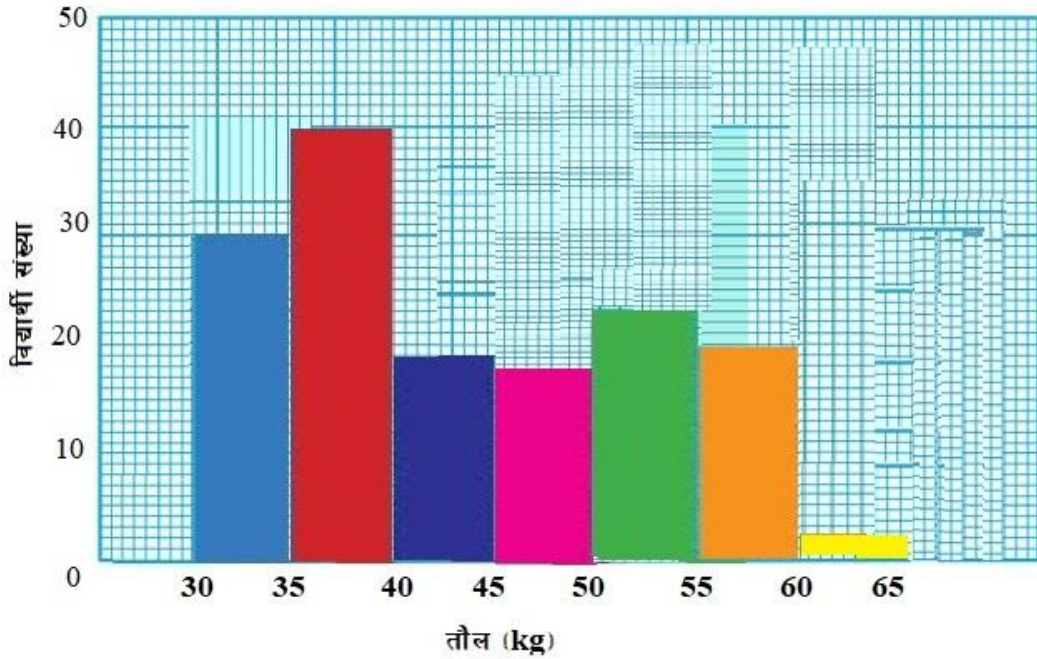
कुनै एउटा विद्यालयको कक्षा 5 देखि 10 सम्मका विद्यार्थीको तौललाई तलको अविच्छिन्न तालिकामा प्रस्तुत गरिएको छ ।

तौल (Kg)	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65
विद्यार्थी सङ्ख्या	9	11	18	17	22	18	7

दिइएको तथ्याङ्कलाई हिस्टोग्राममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ,

1. एउटा वर्गाङ्कित कागज (graph paper) मा X-अक्ष र Y-अक्ष खिच्न लगाउनुहोस् ।
2. X-अक्षमा तथ्याङ्कको वर्गान्तर (class interval) लाई र Y-अक्षमा बारम्बारतालाई उपयुक्त नाप (scale) मा विभाजन गर्न लगाउनुहोस् ।
3. X-अक्षमा दिइएको वर्गान्तर (तौल) र Y-अक्षमा सम्बन्धित वर्गान्तरको बारम्बारता (विद्यार्थीको सङ्ख्या) लाई आधार मानी क्रमशः एक अर्को जोडेर आयतहरू बनाई हिस्टोग्राम निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।



मूल्याङ्कन

(अ) स्तम्भ चित्र र हिस्टोग्राम प्रस्तुतीकरणमा के भिन्नता पाउन सकिन्छ ?

(आ) हिस्टोग्राम अध्ययन गर्दा कक्षाअनुसार विद्यार्थीको तौलको अवस्था के रहेछ ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीलाई गोला फाल्ने खेल (Shot put) का लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीलाई गोला फाल्ने खेल (Shot put) गर्न लगाउनुहोस् । प्रत्येक विद्यार्थीले गोला फ्याँक्दा गोलाले तोकिएको बिन्दुबाट पार गरेको लम्बाइको नाप फित्ताले राम्ररी टिपोट गर्नुहोस् । (प्रत्येक विद्यार्थीलाई 3 पटक गोला फ्याँक्ने मौका दिनुहोस् र सबैभन्दा लामो दुरीको मापनलाई मात्र लिनुहोस् ।)

कक्षा	विद्यार्थीको नाम	गोलाले पार गरेको दुरी			सबैभन्दा लामो दुरी
		पहिलो दुरी	दोस्रो दुरी	तेस्रो दुरी	

(ङ) यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिइ अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(च) प्राप्त तथ्याङ्कलाई हिस्टोग्राममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(छ) प्राप्त नतिजालाई (हिस्टोग्राम) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) कुन विद्यार्थी समूहले सबैभन्दा लामो दुरीमा फलामको गोला फ्याँकेका रहेछन् ?

(आ) कुन विद्यार्थी समूहले सबैभन्दा कम दुरीमा फलामको गोला फ्याँकेका रहेछन् ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 322 को अभ्यास 17.2 को प्रश्न न. 1, 4 र 6 पूरा गर्नुहोस् ।

आठौं र नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको बारम्बारता बहुभुज तयार गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, वर्गाङ्कित कागज (Graph Paper) ।

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

कुनै एउटा विद्यालयको कक्षा ९ मा अध्ययनरत ५० जना विद्यार्थीलाई घरबाट विद्यालय आउन लाग्ने समय निम्नानुसार दिइएको छ ।

समय (Minutes)	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
विद्यार्थी सङ्ख्या	7	10	13	12	8

दिइएको तथ्याङ्कलाई बारम्बारता बहुभुजमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ,

1. एउटा वर्गाङ्कित कागज (graph paper) मा X-अक्ष र Y-अक्ष खिचिन् लगाउनुहोस् ।
2. X-अक्षमा, तथ्याङ्कको वर्गान्तरको मध्यबिन्दु (Middle point) लाई र Y-अक्षमा सम्बन्धित वर्गान्तरको बारम्बारता (Frequency) लाई उपयुक्त नाप (scale) मा विभाजन गर्ने

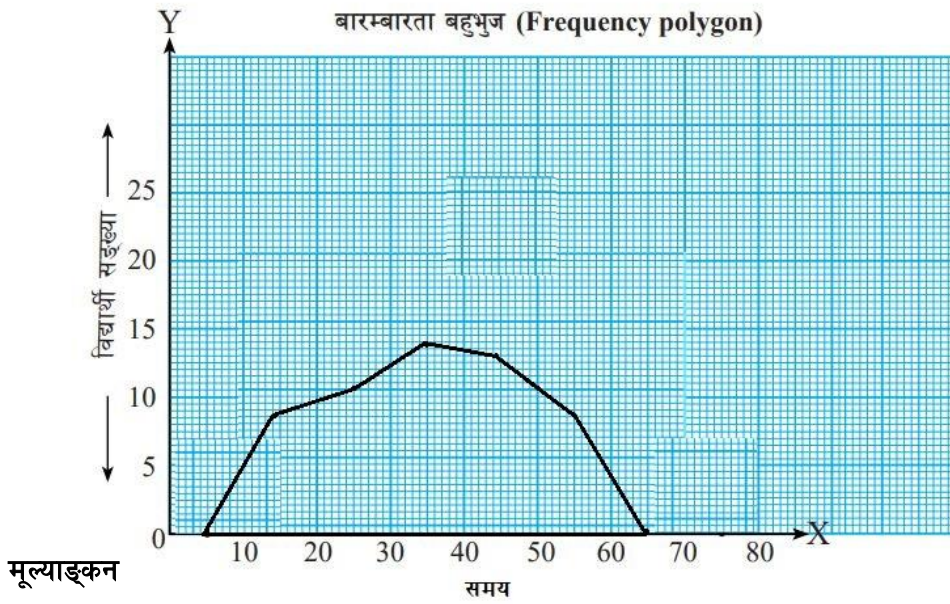
यहाँ, X-अक्षमा तथ्याङ्कको समयको वर्गान्तरको मध्यबिन्दु राख्ने (Middle point) र

Y-अक्षमा बारम्बारताको विवरण अर्थात् विद्यार्थी सङ्ख्या

समय (Minutes)	मध्यबिन्दु	बारम्बारता	बिन्दुहरू (मध्यबिन्दु, बारम्बारता)
0 - 10	$\frac{0 + 10}{2} = 5$	0	(5, 0)
10 - 20	$\frac{10 + 20}{2} = 15$	7	(15, 7)
20 - 30	$\frac{20 + 30}{2} = 25$	10	(25, 10)
30 - 40	$\frac{30 + 40}{2} = 35$	13	(35, 13)
40 - 50	$\frac{40 + 50}{2} = 45$	12	(45, 12)
50 - 60	$\frac{50 + 60}{2} = 55$	8	(55, 8)

60 - 70	$\frac{60 + 70}{2} = 65$	0	(65, 0)
---------	--------------------------	---	---------

- अब बिन्दुहरू (मध्यबिन्दु, बारम्बारता) लाई क्रमशः ग्राफमा भर्ने र प्रत्येक बिन्दुहरूलाई रूलरको सहायताले जोड्न लगाउनुहोस् ।
- अन्त्यमा तथ्याङ्कको सबैभन्दा सानो वर्गान्तरको बायाँपट्टि र सबैभन्दा ठुलो वर्गान्तरको दायाँपट्टि बराबर अन्तर हुने गरी एक/एकओटा वर्गान्तर लिई उक्त दुवैतिरका वर्गान्तरका मध्यबिन्दु क्रमशः बारम्बारता 0/0 लिने र ग्राफमा भर्ने अनि ती बिन्दु पनि रूलर जोड्न लगाउनुहोस् ।



- तयार भएको बारम्बारता बहुभुजका भुजाहरूको सङ्ख्या कति छ ?
- के तथ्याङ्कअनुरूप बारम्बारता बहुभुजको भुजाहरूको सङ्ख्यामा फेरबदल हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

- विद्यार्थीलाई सङ्ख्याको आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई आफ्नो छिमेकमा भएका कुनै पाँच परिवारमा गई पछिल्लो महिनाको विद्युत् खपतको मान टिपोट गरी ल्याउने कार्य दिनुहोस् ।
- अब प्रत्येक समूहलाई एकलै ल्याएका तथ्याङ्कलाई एकमुष्ट रूपमा सङ्कलन गर्न लगाउनुहोस् ।
- यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिई अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- प्राप्त तथ्याङ्कको सहायताले बारम्बारता बहुभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।
- प्राप्त नतिजालाई (बारम्बारता बहुभुज) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) कति विद्युत् खपत श्रेणीमा अत्यधिक विद्युत् खपत हुने रहेछ ?

(आ) सबैभन्दा कम विद्युत् खपत गर्ने परिवारको सङ्ख्या कति रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 323 को अभ्यास 17.2 को प्रश्न न. 2 पूरा गर्नुहोस् ।

दसौं र एघारौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको सञ्चित बारम्बारता वक्र (Ogive) तयार गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, वर्गाङ्कित कागज (Graph Paper) ।

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याको आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

कुनै एउटा विद्यालयको कक्षा 6 मा अध्ययनरत 30 जना विद्यार्थीको सामानसहित विद्यालय आउँदा बोक्ने ब्यागको तौल निम्नानुसार पाइयो ।

तौल (Kg)	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	7	4	3	11

दिइएको तथ्याङ्कलाई भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता वक्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ,

- एउटा वर्गाङ्कित कागज (graph paper) मा X-अक्ष र Y-अक्ष खिचन लगाउनुहोस् ।
- X-अक्षमा तथ्याङ्कको वर्गान्तर (class interval) लाई र Y-अक्षमा बारम्बारतालाई उपयुक्त नाप (scale) मा विभाजन गर्न लगाउनुहोस् ।

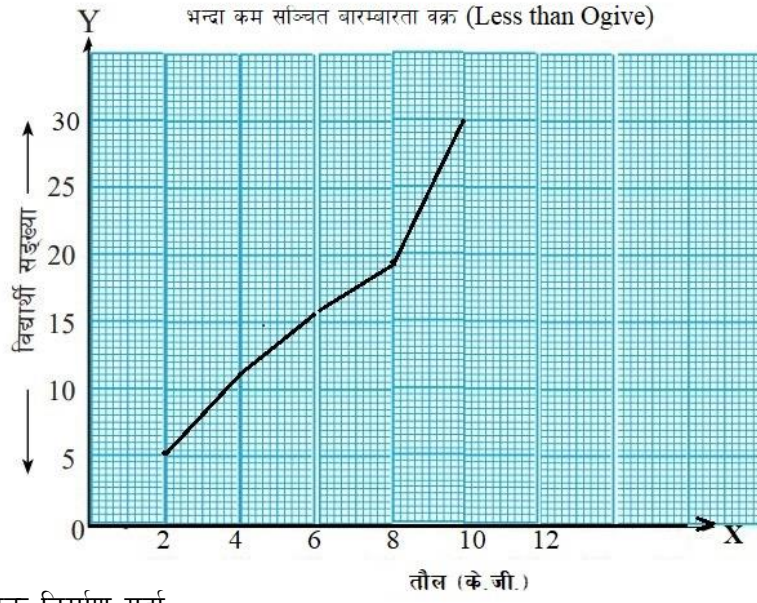
यहाँ, X-अक्षमा तथ्याङ्कको तौलको वर्गान्तर र

Y-अक्षमा बारम्बारताको विवरण अर्थात् विद्यार्थी सङ्ख्या

- X-अक्षमा दिइएको वर्गान्तर (तौल) र Y-अक्षमा सम्बन्धित वर्गान्तरको बारम्बारता (विद्यार्थीको सङ्ख्या) लाई आधार मानी क्रमशः एक अर्को सञ्चित बारम्बारताको भन्दा सानो मान र सञ्चित बारम्बारताको भन्दा ठुलो मान अङ्कन गरी अन्त्यमा उक्त बिन्दुहरू रूलरको मदतले जोड्न लगाउनुहोस् ।

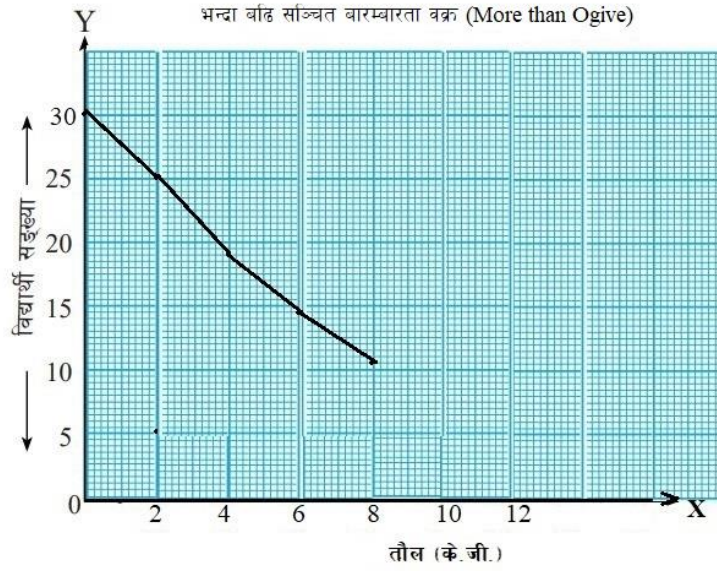
भन्दा सानो वक्र निर्माण गर्दा,

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या	बिन्दुहरू (मध्यबिन्दु, सम्बन्धित बारम्बारता)
2 भन्दा कम (< 2)	5	(2, 5)
4 भन्दा कम (< 4)	$5 + 7 = 12$	(4, 12)
6 भन्दा कम (< 6)	$12 + 4 = 16$	(6, 16)
8 भन्दा कम (< 8)	$16 + 3 = 19$	(8, 19)
10 भन्दा कम (< 10)	$19 + 11 = 30$	(10, 30)



भन्दा बढी वक्र निर्माण गर्दा,

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या	बिन्दुहरू (मध्यबिन्दु, सम्बन्धित बारम्बारता)
0 भन्दा बढी (≥ 0)	30	(0, 30)
2 भन्दा बढी (≥ 2)	$30 - 5 = 25$	(2, 25)
4 भन्दा बढी (≥ 4)	$25 - 7 = 18$	(4, 18)
6 भन्दा बढी (≥ 6)	$18 - 4 = 14$	(6, 14)
8 भन्दा बढी (≥ 8)	$14 - 3 = 11$	(8, 11)



मूल्याङ्कन

यसरी तयार भएका भन्दा साना र भन्दा ठुला वक्रहरू कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको उचाइ (cm) नाप्नका लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीको उचाइ नाप्न लगाउनुहोस् र टिपोट गराउनुहोस् ।

(घ) यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिई अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ङ) प्राप्त तथ्याङ्कको सहायताले भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता वक्र तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) प्राप्त नतिजालाई (वक्रहरू) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) कुन उचाइ श्रेणीका विद्यार्थीको सङ्ख्या धेरै रहेछ ?

(आ) कुन उचाइ श्रेणीका विद्यार्थीको सङ्ख्या कम रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 323 को अभ्यास 17.2 को प्रश्न न. 3, 5 र 7 पूरा गर्नुहोस् ।

बाह्रौं दिन

सिकाइ उपलब्धि :

- अविच्छिन्न/निरन्तर तथ्याङ्कहरूको हिस्टोग्राम, बारम्बारता बहुभुज र सञ्चित बारम्बारता वक्रहरू (Ogives) तयार गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

वर्गाङ्कित कागज (Graph Paper)

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको उचाइ (cm) र तौल नाप्नका लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीको उचाइ र तौल नाप्न लगाउनुहोस् र टिपोट गराउनुहोस् ।
- (घ) यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिई अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) प्राप्त तथ्याङ्कको सहायताले हिस्टोग्राम तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (च) प्राप्त तथ्याङ्कको सहायताले बारम्बारता बहुभुज तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (छ) प्राप्त तथ्याङ्कको सहायताले भन्दा कम र भन्दा बढी सञ्चित बारम्बारता वक्र तयार गर्न लगाउनुहोस् र प्राप्त नतिजालाई (वक्रहरू) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीको तौल उचाइलाई स्वास्थ्य विज्ञानको चार्टअनुसार विश्लेषण गर्दा के पाउन सकिन्छ ?

तथ्याङ्कको वर्गीकरण र प्रस्तुतीकरण

परिचय

केन्द्रीय प्रवृत्तिको मापन एक एकल मान हो जसले तथ्याङ्कको केन्द्रीय स्थितिको पहिचान गरेर तथ्याङ्कलाई विश्लेषण गर्ने कार्य गर्दछ । केन्द्रीय प्रवृत्तिलाई सङ्ख्यात्मक मानको रूपमा व्यक्त गरिन्छ, जसले सम्पूर्ण तथ्याङ्कको वितरणको एकल मान प्रतिनिधित्व गर्दछ । केन्द्रीय प्रवृत्तिका मापकहरूमध्ये यहाँ मध्यक, मध्यिका, र रित समावेश छन् । मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांशले विभिन्न विधिहरू प्रयोग गरेर तथ्याङ्कहरूको औसत गणना गर्दछ । मध्यक भनेको सबै सङ्ख्याहरूको औसत हो । मध्यिका तथ्याङ्कको मध्य स्थानमा हरेको सङ्ख्या हो जहाँ तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा राखिएको हुन्छ । रित तथ्याङ्कमा सबैभन्दा बढी पटक दोहोरिने मान हो । केन्द्रीय प्रवृत्ति महत्त्वपूर्ण छ र उपयोगी मानिन्छ । यसले हामीलाई तथ्याङ्कका बारेमा सामान्य वा औसत के कति छ सो थाहा दिन्छ । जब तिनीहरू बढ्दो क्रममा व्यवस्थित हुन्छन् तब तल्लो चतुर्थांश वा पहिलो चतुर्थांश (Q_1) को मानले तथ्याङ्कको बिन्दुहरूको 25% मा रहेको मान फेला पर्दछ भने माथिल्लो चतुर्थांश वा तेस्रो चतुर्थांश (Q_3) को मानले तथ्याङ्कको बिन्दुहरूको 75% मा रहेको मान फेला पर्दछ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ।

(क) तथ्याङ्कको मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांशहरू पत्ता लगाउन

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीको मध्यक	2	
2.	वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीको मध्यिका	2	
3.	खण्डित श्रेणीको रित	1	
4.	वैयक्तिक र खण्डित श्रेणीको पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश	2	

पहिलो र दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीबाट मध्यक पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डहरू, लम्बाइ नाप्ने फित्ता, लामो उफ्राइ (Long Jump) का लागि आवश्यक स्थान तयारीका सामग्रीहरू जस्तै बालुवा, चुना आदि ।

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

शितला मा.वि. का कक्षा ८ मा अध्ययनरत ३० जना विद्यार्थीको नेपाली विषयको २० पूर्णाङ्कको एकाइ परीक्षामा प्राप्त गरेका अङ्कहरू यसप्रकार छन् :

16, 15, 10, 16, 12, 18, 10, 16, 12, 15, 18, 19, 5, 7, 12, 13, 18, 19,
18, 10, 7, 12, 8, 13, 12, 14, 16, 15, 16, 10

- (अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(आ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणी मानी औसत अङ्क निकाल्नुहोस् ।
(इ) प्राप्त तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणीमा रूपान्तर गर्नुहोस् ।
(ई) खण्डित श्रेणीबाट तथ्याङ्कहरूको योगफल र औसत प्राप्ताङ्क कति हुन्छ ?

(अ) यहाँ,

प्राप्त तथ्याङ्कमा प्रत्येकको बारम्बारता एक एक हुने गरी अलग अलग अवस्थामा रहेको हुनाले वैयक्तिक श्रेणीमा
छ,

5 + 7 + 7 + 8 + 10 + 10 + 10 + 10 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 13 + 13 + 14 + 15 + 15 +
15 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 18 + 18 + 18 + 18 + 19 + 19

(आ) $\sum x = 5 + 7 + 7 + 8 + 10 + 10 + 10 + 10 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 13 + 13 + 14 + 15 +$
 $15 + 15 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 18 + 18 + 18 + 18 + 19 + 19 = 402$

जम्मा सङ्ख्या (N) = 30

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{402}{30} = 13.4$$

(इ) दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

प्राप्ताङ्क	5	7	8	10	12	13	14	15	16	18	19
विद्यार्थी	1	2	1	4	5	2	1	3	5	4	2

सङ्ख्या											
---------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(ई)

प्राप्ताङ्क (x)	विद्यार्थी सङ्ख्या (f)	$f \times x$
5	1	5
7	2	14
8	1	8
10	4	40
12	5	60
13	2	26
14	1	14
15	3	45
16	5	80
18	4	72
19	2	38
	$\sum f = N = 30$	$\sum fx = 402$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{402}{30} = 13.4$$

मूल्याङ्कनका लागी प्रश्नहरू

(अ) यसरी वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीबाट आएको औसत मानको तुलना गर्नुहोस् ।

(आ) यदि मानहरू वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीबाट समान आउने भए किन फरक फरक तरिकाले गरिन्छ होला ?

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।

(ग) निर्धारित कक्षाका विद्यार्थीको क्रमाङ्क वा 1 अनि 2 गरी अङ्क दिई सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (Long Jump) का लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (Long Jump) गर्न लगाउनुहोस् । प्रत्येक विद्यार्थीले उफ्राँदा पार गरेको लम्बाइको नाप फित्ताले राम्ररी टिपोट गर्नुहोस् । (प्रत्येक विद्यार्थीलाई २ पटक उफ्रने मौका दिनुहोस् र दुवै पटकको उफ्राइको नाप लिनुहोस् ।)

कक्षा	विद्यार्थीको नाम	पहिलो लामो उफ्राइ नाप	दोस्रो लामो उफ्राइ नाप
-------	------------------	-----------------------	------------------------

	समूह क	समूह ख		

(च) प्राप्त तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणीमा रूपान्तरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) दुवै समूहहरूका बारम्बारता तालिकाहरू बनाई औसत मानहरू निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दुवै समूहका औसत मानहरूविच तुलना गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 336 को अभ्यास 18.1 को प्रश्न न. 1, 4 र 5 पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक श्रेणी र खण्डित श्रेणीबाट मध्यिका पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डहरू, उचाइ नाप्ने फित्ता

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

श्री महेन्द्रोदय मा.वि. का कक्षा 5 देखि कक्षा 9 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको उमेर (वर्ष) तल दिइएको छ :

10, 12, 10, 15, 16, 14, 10, 11, 12, 10, 12, 13, 10, 11, 15, 16, 14, 12, 13, 10, 11,
14, 16, 15, 16, 15, 14, 11, 10, 12, 13, 15, 11, 10, 15, 16, 12, 11, 10, 12, 13, 10, 12,
16, 17, 10, 12, 11, 12, 13, 14, 13, 14, 15, 11, 12, 10, 11, 10, 14, 10, 11, 12, 13, 15

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा राखेपछि ठिक विचमा कुन तथ्याङ्क पर्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणी क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ई) खण्डित श्रेणीमा राखिएको तथ्याङ्कको मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्दा,

10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11,
11, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14,
14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17

(आ) बायाँबाट पनि 23 औँ स्थान र दायाँबाट पनि 23 औँ स्थानमा पर्ने एउटा तथ्याङ्क 11 देखिएको छ । जम्मा 45 ओटा तथ्याङ्कको ठिक विचमा अर्थात् 50 % मा 11 पर्छ । यसलाई निम्नानुसारको सूत्रबाट पनि पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

यहाँ,

$$\text{मध्यिका} = \left(\frac{N + 1}{2} \right) \text{ औँ स्थानको मान}$$

$$\text{मध्यिका} = \left(\frac{45 + 1}{2} \right) \text{ औँ स्थानको मान}$$

$$= \left(\frac{46}{2} \right) \text{ औँ स्थानको मान}$$

$$= 23 \text{ औँ स्थानको मान}$$

पाँचौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- खण्डित श्रेणीबाट रित पत्ता लगाउन ।

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डहरू, मानिसको तौल नाप्ने सामान

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

श्री अरनिको मा.वि. का कक्षा 1 देखि कक्षा 4 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको उमेर (वर्ष) तल दिइएको छ ।

5, 7, 8, 9, 6, 6, 7, 9, 8, 6, 9, 6, 8, 5, 6, 7, 6, 9, 8, 7, 6, 8, 9, 7, 7, 8, 6, 9, 10, 7

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) दिइएको तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणी क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(इ) दिइएको तथ्याङ्कमा सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम पटक दोहोरिएको तथ्याङ्क कुन हो ?

(ई) दिइएको तथ्याङ्कको रित कति हुन्छ ?

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्दा

5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10

(आ) तथ्याङ्कलाई खण्डित श्रेणीमा प्रस्तुत गर्दा,

उमेर (वर्ष)	विद्यार्थी सङ्ख्या
5	2
6	8
7	7
8	6
9	6
10	1

(इ) दिइएको तथ्याङ्कमा सबैभन्दा बढी 6 वर्ष उमेर समूह 8 पटक र सबैभन्दा कम 10 वर्ष उमेर समूह 1 पटक दोहोरिएको छ ।

(ई) रित भन्नाले तथ्याङ्कमा सबैभन्दा बढी दोहोरिएको मान हो ।

$$\text{तसर्थ, रित } (M_0) = 6$$

मूल्याङ्कन

दिइएको तथ्याङ्कमा 8 वर्ष र 9 वर्षका विद्यार्थी पनि 8/8 जना छन् भने रित कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याको आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको तौल मापन गरी विवरण टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी आएको विवरणलाई खण्डित श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) अब रित कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (च) प्राप्त नतिजालाई (तालिकालाई) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तथ्याङ्कबाट मध्यक र मध्यिकाको मानहरू निकाली मध्यक, मध्यिका र रित तुलना गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 338 को अभ्यास 18.1 को प्रश्न न. 6 पूरा गर्नुहोस् ।

छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक र खण्डित श्रेणीबाट पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना फ्लास कार्डहरू, मानिसको तौल नाप्ने सामान

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उत्तर पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. श्री विष्णु देवी मा.वि. को कक्षा 9 मा अध्ययनरत 20 जना विद्यार्थीको उचाइ (cm) तल दिइएको छ ।

185.5, 188.3, 170.4, 159, 192, 195, 188.1,

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) 25 % र 75 % मा कुन कुन तथ्याङ्क पर्छ होला ?

(इ) 25 % र 75 % लाई भिन्नमा रूपान्तर गर्दा लघुतम भिन्न कति हुन्छ ?

(ई) दिइएको तथ्याङ्कको परिमाण सङ्ख्यामा 1 जोड्नुहोस् र क्रमशः 25 % र 75 % लाई भिन्नमा लेखेर लघुतम पदले गुणन गर्नुहोस् । त्यसपछि, Q_1 पर्ने स्थान र Q_3 पर्ने स्थान पत्ता लगाई Q_1 र Q_3 कति कति हुने रहेछ, लेख्नुहोस् ।

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्दा

159, 170.4, 185.5, 188.1, 188.3, 192, 195

(आ) यहाँ,

तथ्याङ्कको 25 % स्थानमा 170.4 cm र 75 % स्थान 192 cm छ ।

(इ) $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 4$ भागमा 1 भाग र

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 4$ भागमा 3 भाग र

(ई) दिइएको तथ्याङ्कहरू 7 ओटा छन् ।

$$\begin{aligned} Q_1 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{1}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\ &= \frac{1}{4}(7 + 1) \text{ औं पद} \\ &= 2 \text{ औं पद} \\ &= 170.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$\begin{aligned} Q_3 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{3}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\ &= \frac{3}{4}(7 + 1) \text{ औं पद} \\ &= 6 \text{ औं पद} \\ &= 192 \text{ cm} \end{aligned}$$

2. श्री तेजगङ्गा मा.वि. को कक्षा 6 देखि कक्षा 9 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको तौल (के.जी.) तल दिइएको छ ।

45, 42, 45, 50, 48, 45, 47, 39, 45, 42, 50, 45, 48, 47, 44, 39, 40, 45, 48, 47, 42, 50, 42, 45, 48

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ) तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

तौल (के.जी.)	विद्यार्थी सङ्ख्या	सञ्चित बारम्बारता
39	2	2
40	1	2 + 1 = 3
42	4	3 + 4 = 7
44	1	7 + 1 = 8
45	7	8 + 7 = 15
47	3	15 + 3 = 18
48	4	18 + 4 = 22
50	3	22 + 3 = 25
	जम्मा सङ्ख्या (N) = 25	

$$\begin{aligned} \text{(आ) } Q_1 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{1}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\ &= \frac{1}{4}(25 + 1) \text{ औं पद} \\ &= 6.5 \text{ औं पद} \\ &= 42 \text{ kg} \end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$\begin{aligned} Q_3 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{3}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\ &= \frac{3}{4}(25 + 1) \text{ औं पद} \\ &= 19.5 \text{ औं पद} \\ &= 48 \text{ cm} \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको तथ्याङ्कमा मध्यिका कति हुन्छ, होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीले पछिल्लो त्रैमासिक परीक्षामा गणितमा प्राप्त गरेको अङ्क टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी आएको विवरणलाई खण्डित श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) अब पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् र प्राप्त नतिजालाई कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तथ्याङ्कबाट मध्यक र मध्यिकाको मानहरू निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.345 को अभ्यास 18.1 को प्रश्न न. 2 देखि 4 सम्मका सबै प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

उपयुक्त समूहमा विभाजन भई आफ्नो कक्षाका वा अगिल्ला कक्षाका विद्यार्थीले प्राप्त गरेको सबै विषयको प्राप्ताङ्क लिई विषयअनुसार अलग अलग रूपमा सो तथ्याङ्कको मध्यक, मध्यिका, रित, पहिलो चतुर्थांश र तेस्रो चतुर्थांश गणना गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

पाठ : १९

सम्भाव्यता

परिचय

दैनिक जीवनमा हामी विभिन्न घटनाहरू घट्न सक्ने वा नसक्ने कुराहरूको अनुमान लगाउने कार्य गर्दछौं । यसरी कुनै पनि घटनाको निश्चितता वा अनिश्चिततालाई गणितीय मानद्वारा पनि व्यक्त गर्न सकिन्छ । तसर्थ यसप्रकारको सम्भावित वा असम्भव विभिन्न घटनाहरूको मापन गर्नुलाई सम्भाव्यता भनिन्छ । कुनै घटना घट्न सक्ने पक्का अवस्था छ भने यस समयमा हामी सामान्यतया 100% सम्भावना छ भनि हामी भन्ने गर्दछौं भने हुनै नसक्ने घटनालाई 0% सम्भावना छ भनि भन्दछौं । यहि मानहरूलाई अर्को रूपमा व्यक्त गर्दा 100% सम्भावना भन्नाले सम्भाव्यताको मान 1 र 0% सम्भावना भन्नाले सम्भाव्यताको मान 0 हुन्छ । पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् ।

(क) सम्भाव्यताका आधारभूत अवधारणाहरू विकास गर्न

(ख) प्रयोगाश्रित सम्भाव्यतासँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने शब्दावलीहरू पहिचान र सम्भाव्यताको मानको खोजी	2	
2.	सम्भाव्यता स्केलहरू	2	
3.	प्रयोगाश्रित सम्भाव्यताको अवधारणा र समस्या समाधान	1	

पहिलो र दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने विभिन्न शब्दावलीहरू पहिचान गर्न
- विभिन्न घटनाहरूका सम्भाव्यता पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

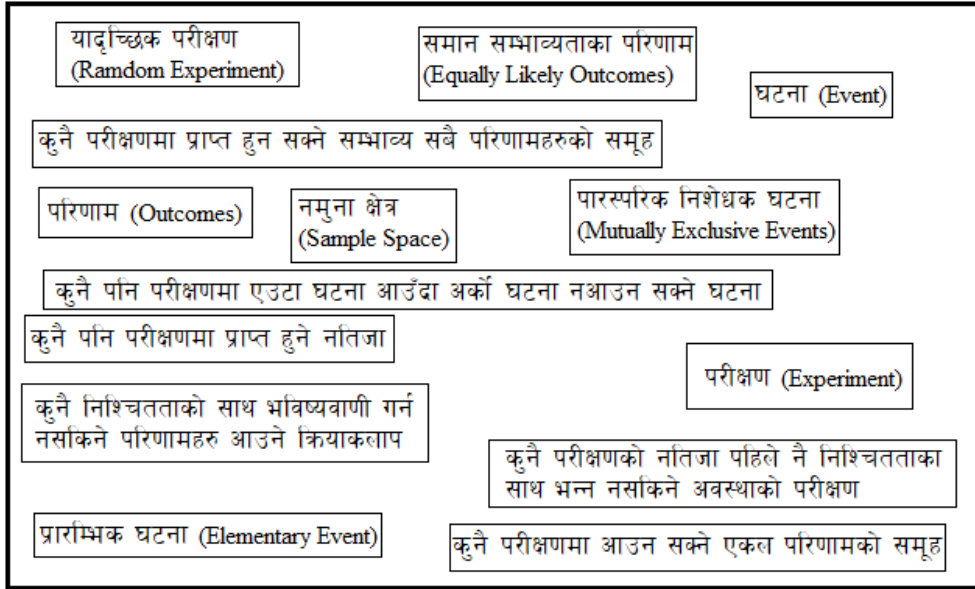
ससाना फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपरहरू, घनाकार डाइसहरू, सिक्काहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) ससाना चार्टपेपरहरूमा सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने शब्दावलीहरू र त्यसका विषयमा लेखिएका जानकारीलाई काटेर

टुक्राहरूलाई ३ वा ४ ओटा बट्टाहरूमा राख्नुहोस् ।



(ग) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा बट्टा बाँड्नुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरी उक्त शब्दावलीहरू र त्यससँग सम्बन्धित जानकारीहरू मिलाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) केही निश्चित समयपछि प्रत्येक समूहमा पालैपालो जानुहोस् र उनीहरूले मिलाएर राखेको कागजहरू हेर्नुहोस् ।

(च) केही समयपछि विद्यार्थीलाई एकअर्काको समूहमा गई हरेकले मिलाएर राखेको चार्टपेपर अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) अन्त्यमा केही शब्दावली र तिनका विषयमा लेखिएका कुराहरू मिलाउनुपर्ने छ भने आवश्यकतानुसार समूहहरूलाई एकअर्कासँग सहजीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- (क) एउटा डाइसलाई समतल सतहमा गुडाउँदा आउने सम्भाव्य परिणामहरूको नमुना क्षेत्र लेख्नुहोस् ।
- (ख) कुनै एउटा डाइसलाई गुडाउँदा ६ का गुणनखण्ड र ५ का अपवर्त्य आउने घटनाहरू पारस्परिक निषेधक घटनाहरू हुन् वा होइनन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) सामूहिक रूपमा कक्षा छलफलको लागि तलका प्रश्नहरू प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

एउटा घनाकार डाइसलाई समतल सतहमा गुडाउँदा,

- (अ) वर्ग सङ्ख्या के के आउन सक्छन् ? सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- आ) रूढ सङ्ख्या के के आउन सक्छन् ? सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (इ) ३ का गुणनखण्ड केके आउन सक्छन् ? सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ई) जोर सङ्ख्या के के आउन सक्छन् ? सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

एउटा डाइसलाई समतल सतहमा गुडाउँदा अन्य के के सङ्ख्याहरूको सम्भाव्यताको खोजी गर्न सकिन्छ, सूची तयार गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई एक एकओटा प्रश्नहरू लेखिएको चार्ट बाँड्नुहोस् ।

- (अ) एउटा डाइसलाई एक पटक गुडाउँदा रूढ सङ्ख्या देखिने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
- (आ) २ देखि १७ सम्म लेखिएका पत्तीबाट एउटा पत्ती नहेरीकन थुन्दा ४ का अपवर्त्यहरू पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
- (इ) एउटा तासको गड्डीबाट नहेरीकन एउटा तास थुन्दा एक्का तास पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् :

(अ) यहाँ,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

$$\text{रूढ सङ्ख्या } (P) = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore n(P) = 3$$

$$\text{रूढ सङ्ख्या देखिने सम्भाव्यता, } P(P) = \frac{n(P)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(आ) यहाँ,

$$n(S) = 17 - 2 + 1 = 16$$

4 का अपवर्त्यहरू (T) = {4, 8, 12, 16}

$$\therefore n(T) = 4$$

$$P(T) = \frac{n(T)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(ग) यहाँ,

$$n(S) = 52$$

एक्काको सङ्ख्या, $n(A) = 4$

$$\text{एक्का पर्ने सम्भाव्यता, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

मूल्याङ्कन

एउटा तासको गड्डीबाट नहेरीकन एउटा तास थुत्दा अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? जस्ता प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 352 को अभ्यास 19.1 को अभ्यास 1 देखि 6 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- सम्भाव्यता स्केलका नापहरू र त्यसका अर्थहरू लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपरहरू, घनाकार डाइसहरू, सिक्काहरू

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) एउटा सिक्कालाई उफार्दा आउने सक्ने नमुना क्षेत्र लेख्न लगाउनुहोस् ।

$$S = \{H, T\}, \{H\}, \{T\}$$

- (ग) त्यसैगरी सिक्कालाई उफार्दा माथि देखिन सक्ने सङ्ख्याका घटनाहरूको सम्भाव्यतालाई अलग अलग लेख्न लगाउनुहोस् ।

$$P(H) = \dots\dots\dots \quad \text{र} \quad P(T) = \dots\dots\dots$$

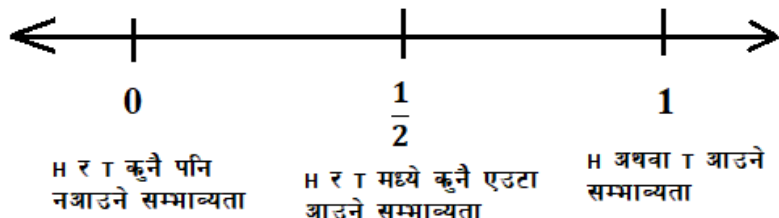
- (घ) सम्भाव्यता अलग अलग निकालेपछि सबैको सम्भाव्यता जोड्न लगाउनुहोस् ।

$$P(H) = \dots\dots\dots \quad \text{अथवा} \quad P(T) = \dots\dots\dots$$

$$P(H) + P(T) = \dots\dots\dots$$

त्यस्तै गरी H र T नआउने सम्भाव्यता कति होला ?

माथिको सम्भाव्यतालाई सङ्ख्यारेखामा प्रस्तुत गर्दा,



- (ङ) सङ्ख्यारेखाबाट के निष्कर्ष निकाल्न सकिन्छ ? सो बारे विद्यार्थीविच केही समय छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) सिक्काको माथिल्लो भागमा H अथवा T आउने सम्भाव्यता, $P(H \text{ अथवा } T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

- (छ) प्रत्येक समूहहरूलाई एक एकओटा प्रश्नहरू लेखिएको चार्ट बाँड्नुहोस् ।

- (अ) एउटा घनाकार डाइसलाई गुदाउँदा 3 का अपवर्त्य आउने सम्भावता कति हुन्छ ?
 (आ) एउटा राम्ररी फिटेको 52 पत्ती तासको गड्डीबाट नहेरीकन एउटा पत्ती तान्दा
 १. अनुहार भएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
 २. अनुहार नभएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
 ३. अनुहार भएको वा नभएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
 ४. माथिको सम्भाव्यताहरूलाई सम्भाव्यता स्केल (0 - 1) मा देखाउनुहोस् ।

(इ) एउटा भोलाभास सबै एकै नापका 3 ओटा कालो, 4 ओटा पहेंलो र 2 ओटा रातो रङ्गका गुच्चाहरू छन् । अब

सो भोलाभास नहेरीकन एउटा गुच्चा निकाल्दा,

१. पहेंलो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
२. रातो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
३. कालो गुच्चा नआउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

प्रश्नहरू

(अ) एउटा घनाकार डाइसलाई गुदाउँदा 3 का गुणनखण्ड आउने सम्भावता कति हुन्छ ?

यहाँ,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

$$3 \text{ का अपवर्त्य सङ्ख्या } (T) = \{3, 6\}$$

$$\therefore n(T) = 2$$

$$3 \text{ का अपवर्त्य सङ्ख्या आउने सम्भाव्यता, } P(T) = \frac{n(T)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(आ) एउटा राम्ररी फिटेको 52 पत्ती तासको गड्डीबाट नहेरीकन एउटा पत्ती तान्दा

१. अनुहार भएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
२. अनुहार नभएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
३. अनुहार भएको वा नभएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
४. माथिको सम्भाव्यताहरूलाई सम्भाव्यता स्केल (0 - 1) मा देखाउनुहोस् ।

१. यहाँ,

$$n(S) = 52$$

$$\text{अनुहार भएको तासको सङ्ख्या, } n(F) = 12$$

$$\text{अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता, } P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

२. यहाँ,

$$n(S) = 52$$

$$\text{अनुहार नभएको तासको सङ्ख्या, } n(N) = 40$$

$$\text{अनुहार नभएको तास पर्ने सम्भाव्यता, } P(N) = \frac{n(N)}{n(S)} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

३. यहाँ,

$$n(S) = 52$$

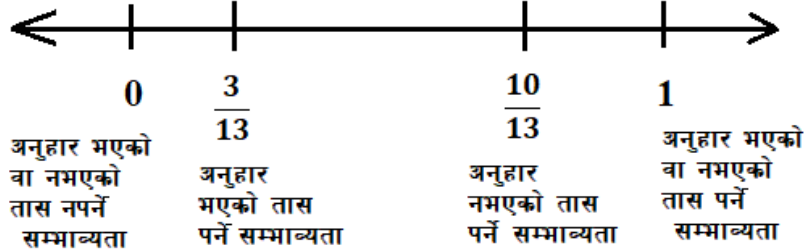
$$\text{अनुहार भएको तासको सङ्ख्या, } n(F) = 12$$

अनुहार नभएको तासको सङ्ख्या, $n(N) = 40$

अनुहार भएको वा नभएको तास पर्ने सम्भाव्यता,

$$P(F \text{ or } N) = P(F) + P(N) = \frac{n(F)}{n(S)} + \frac{n(N)}{n(S)} = \frac{12}{52} + \frac{40}{52} = 1$$

४. यहाँ,



(इ) एउटा भोलामा सबै एकै नापका 3 ओटा कालो, 4 ओटा पहेँलो र 1 ओटा रातो रङ्गका गुच्चाहरू छन्। अब

सो भोलाबाट नहेरीकन एउटा गुच्चा निकाल्दा,

१. पहेँलो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

२. रातो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

३. कालो गुच्चा नआउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

१ यहाँ,

$$n(S) = 3 + 4 + 2 = 9$$

रातो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(R) = 2$

$$\text{रातो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

२. यहाँ,

$$n(S) = 3 + 4 + 2 = 9$$

पहेँलो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(Y) = 4$

$$\text{पहेँलो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(Y) = \frac{n(Y)}{n(S)} = \frac{4}{9}$$

३. यहाँ,

$$n(S) = 52$$

कालो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(B) = 3$

$$\text{कालो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{52} = \frac{1}{17.33}$$

अब,

$$\text{कालो गुच्चा नपर्ने सम्भाव्यता, } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{17.33} = \frac{16.33}{17.33}$$

मूल्याङ्कन

एउटा भोलामा सबै एकै नापका 2 ओटा निलो र 7 ओटा कालो रङ्गका गुच्चाहरू छन् । अब सो भोलाबाट नहेरीकन एउटा गुच्चा निकाल्दा कालो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 1357 को अभ्यास 119.2 को 1 देखि 7 सम्मका प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

पाचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- प्रयोगाश्रित सम्भाव्यताका अवधारणाअनुसार विभिन्न प्रयोगहरूका सम्भाव्यता निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपरहरू, घनाकार डाइसहरू, सिक्काहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा घनाकार डाइस बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई तलका प्रश्नहरूबारे केही समय छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) एउटा सिक्कालाई उफार्दा अग्र भाग आउने सम्भावना कति हुन्छ ?

(आ) एउटा सिक्कालाई उफार्दा पश्च भाग आउने सम्भावना कति हुन्छ ?

(इ) एउटा सिक्कालाई 10 पटक उफार्दा पश्च भाग आउने सम्भावना कति हुन्छ ?

(ई) एउटा सिक्कालाई 20 पटक उफार्दा अग्र भाग आउने सम्भावना कति हुन्छ ?

(घ) के एउटा सिक्कालाई 10 पटक उफार्दा 5 पटकनै अग्र भाग आउँछ त ? अथवा के हुन्छ ? केही समय छलफल गराउनुहोस् ।

(ङ) प्रत्येक समूहलाई आफ्नो समूहले पाएको डाइसलाई 25 पटक उफार्दा माथिल्लो भागमा 1 देखिने, 2 देखिने, 3 देखिने, 4 देखिने, 5 देखिने र 6 देखिने सङ्ख्या र जम्मा गुडाएको सङ्ख्याको कापीमा टिप्न लगाउनुहोस् ।

आएको अनुहार	1	2	3	4	5	6
आएको सङ्ख्या						

(च) अब विद्यार्थीबिच केही समय सैद्धान्तिक सम्भाव्यता र प्रयोगाश्रित सम्भाव्यताबारे छलफल गर्नुहोस् ।

$$\text{प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता} = \frac{\text{परीक्षणबाट प्राप्त परिणाम सङ्ख्या}}{\text{कुल परीक्षण सङ्ख्या}}$$

(छ) विद्यार्थीबिच आपसमा छलफल गरी एउटा डाइसलाई 25 पटक उफार्दा आएका विभिन्न सङ्ख्याहरूको

तालिकाको मदतले तिनीहरू प्रत्येकको प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता निकाल्न लगाउनुहोस् । आएका उत्तरहरू कक्षामा

समूहगत रूपमा प्रस्तुत पनि गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहहरूलाई एक एकओटा प्रश्नहरू लेखिएको चार्ट बाँड्नुहोस् ।

(ग) प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि

गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

१. एउटा सिक्का 50 पटक समतल सतहमा उफार्दा आएका घटनाहरूको विवरण तलको तालिकामा दिइएको छ :

परीक्षणबाट प्राप्त परिणाम (E)	अग्र भाग (H)	पश्च भाग (T)
परीक्षण सङ्ख्या (f)	18	32

(अ) अग्र भाग आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(आ) पश्च भाग आउन प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(अ) यहाँ,

$$\text{अग्र भाग आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता, } P(H) = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$$

(आ) यहाँ,

$$\text{पश्च भाग आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता, } P(T) = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$$

२. एउटा घनाकार डाइस 20 पटक समतल सतहमा गुडाउँदा आएका घटनाहरूको विवरण तलको तालिकामा दिइएको छ :

परीक्षणबाट प्राप्त परिणाम (E)	1	2	3	4	5	6
परीक्षण सङ्ख्या (f)	2	2	0	5	8	3

(अ) 2 आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(आ) 6 आउन प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(इ) 3 आउन प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(अ) यहाँ,

$$2 \text{ आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता, } P(T) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

(आ) यहाँ,

$$6 \text{ आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता, } P(A) = \frac{3}{20}$$

(इ) यहाँ,

$$3 \text{ आउने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता, } P(B) = \frac{0}{20} = 0$$

मूल्याङ्कन

(अ) तलको तालिकाका आधारमा एउटा परिवार छनोट गर्दा निम्नबमोजिम पर्ने सम्भाव्यताहरू पत्ता लगाउनुहोस् :

युवाहरूको सङ्ख्या	0	1	2	3
जम्मा परिवार सङ्ख्या	9	15	36	30

(अ) शून्य युवा हुँदाको प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति रहेछ ?

(आ) एउटा परिवारमा 2 जना युवाहरू हुने प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता कति रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 360 को अभ्यास 19.3 को प्रश्न न. 1 देखि 6 सम्मका प्रश्नहरू आपसमा छलफल गरी पूरा गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

सम्पूर्ण कक्षाको विद्यार्थी सङ्ख्यालाई हेरीकन समूह विभाजन गर्नुहोस् । अब प्रत्येक समूहलाई आफ्नो कक्षाबाहेक अरू कुनै एक फरक फरक कक्षा छान्न लगाउनुहोस् । छानिएका कक्षामा रहनुभएका विषय शिक्षकबाट पूर्व स्वीकृति लिई प्रत्येक समूहहरूलाई कक्षाहरूमा पठाउनुहोस् । उक्त कक्षामा भएका विद्यार्थीबिच पोखरा, लुम्बिनी र अन्य गरी तिन क्षेत्रमा घुमेको अनुभवका आधारमा उनीहरूको सङ्ख्या टिपोट गर्न लगाउनुहोस् । अन्त्यमा यसरी टिपोट गरिएको मानको आधारमा तिनीहरूको प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता पत्ता लगाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

पाठ २०
त्रिकोणमिति

परिचय

कुनै पनि समकोणी त्रिभुजमा भएका दुई न्यूनकोणहरूलाई आधार मानेर उक्त त्रिभुजका भुजाहरूलाई लम्ब, कर्ण र आधार भुजाका रूपमा पाउन सकिन्छ। यस पाठमा समकोणी त्रिभुजको परिचय, सन्दर्भकोणका आधारमा फरक फरक त्रिकोणमितीय अनुपात, पाइथागोरस सम्बन्ध, विशिष्ट कोणको त्रिकोणमितीय अनुपात र ती कोणहरूको प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्ने विषयवस्तु राखिएको छ। दैनिक जीवनमा प्रयोगमा आउने समकोणी त्रिभुजसँग सम्बन्धित विषयवस्तुको जानकारी तथा अवधारणा पनि यस पाठमा समेटिएको छ। विभिन्न समकोणी त्रिभुजका नमुना प्रदर्शन गरी भुजाहरूको नाम, नाप र अनुपातको अवधारणा दिई समकोण त्रिभुजका मूर्त नमुना प्रदर्शन गर्दै छलफल, अवलोकन र परियोजना कार्य गरी सिकाइ कार्य गरिएको छ। पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठका देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन्।

(क) त्रिकोणमितीय अनुपातको अवधारणा बनाउन

(ख) विशिष्ट कोणका त्रिकोणमितीय अनुपातहरू पत्ता लगाउन

(ग) त्रिकोणमितीय अनुपातहरू सम्मिलित समस्याहरू समाधान गर्न

माथि उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि तपसिल बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टी	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	त्रिकोणमितीय अनुपातको धारणा निर्माण	2	
2.	पाइथागोरियन सम्बन्धको धारणा निर्माण समस्या समाधान	2	
3.	विशिष्टकोणको त्रिकोणमितीय अनुपात पत्ता लगाउन	2	
4.	त्रिकोणमितीय अनुपातसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
5.	परियोजना कार्य	1	

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समकोण त्रिभुजका त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको मान निकाल्न

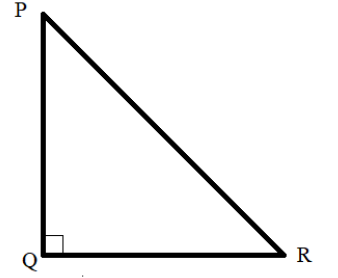
शैक्षणिक सामग्री

त्रिभुज खिचिएका चार्टपेपरहरू, तथा ज्यामितीय सामग्रीहरू

क्रियाकलाप १

(क) आवश्यकतानुसार विद्यार्थीलाई केही समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा जियोबोर्ड र रबरब्यान्ड बाँड्नुहोस् र सोको प्रयोग गरी समकोण त्रिभुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् र देहायका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।



(अ) दिइएको त्रिभुज कुन त्रिभुज होला ? (न्यूनकोणी, समकोणी, अधिककोणी)

(आ) दिइएको त्रिभुजलाई किन समकोणी त्रिभुज भनिएको होला ?

(इ) समकोणबाहेकका कोणहरू कुन प्रकारका कोण हुन् ?

(ई) दिइएको त्रिभुजका भुजाहरूलाई अनुपातमा कसरी लेख्ने होला ? भुजाहरूको कतिओटा अनुपातमा बनाउन सकिन्छ, होला ? लेख्नुहोस् ।

(उ) जस्तै त्रिभुज PQR का भुजाहरूको अनुपातहरू $\frac{PQ}{QR}$, $\frac{QR}{PR}$, $\frac{PR}{PQ}$, $\frac{QR}{PQ}$, $\frac{PR}{QR}$ र $\frac{PQ}{PR}$ हुन् ।

(ऊ) यहाँ लेखिएअनुसार अनुपातहरूमा भुजाहरूको नाप राखेर लेख्नुहोस् ।

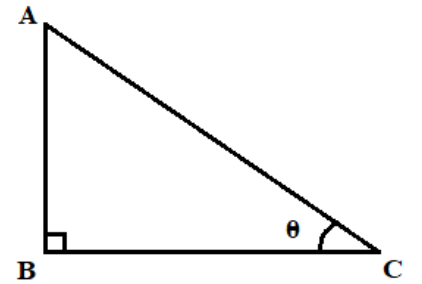
(ऋ) माथि लेखिएका भुजाहरूको अनुपात कुन कुन कोणहरूलाई आधार मानेर लिइएको होला ?

(ए) समकोणबाहेक बाँकी २ कोणहरूमध्ये अनुपातमा लिने कोणलाई के भनिन्छ ?

(ऐ) सन्दर्भ कोण (Reference angle) को आधारमा अनुपातको मान फरक पर्छ त ?

मूल्याङ्कन

दिइएको त्रिभुजमा सन्दर्भ कोण θ लिई अनुपातहरू लेख्नुहोस् र जाँच्नुहोस् ।



क्रियाकलाप २

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 364 देखि 366 सम्मका त्रिकोणमितीय अनुपातहरूसँग सम्बन्धित क्रियाकलाप विद्यार्थीविच कक्षामा गराउनुहोस् ।

नोट

माथिका अनुपातहरू त्रिकोणमितीय अनुपातहरू हुन् । त्रिकोणमितिमा विशेषतः त्रिभुजका भुजा र कोणको सम्बन्धको अध्ययन गरिन्छ । कुनै पनि सहजै नाप्न नसकिने वस्तुको उचाइ, लम्बाइ र कोण पत्ता लगाउने साधनको रूपमा त्रिकोणमितिको प्रयोग हुन्छ भन्ने कुरा विद्यार्थीलाई जानकारी गराउँदै छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

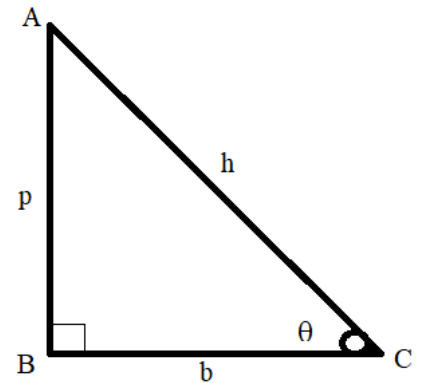
(क) चार्टपेपरमा तयार गरिएको पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 365 अनुसारको विषयवस्तुमा विद्यार्थीलाई छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) समकोणी Δ मा कुनै कोणलाई सन्दर्भकोण मान्दा (जस्तै $\angle ACB = \theta$)

AB = लम्ब (Perpendicular) = p

BC = आधार (Base) = b

र AC = कर्ण (Hypotenuse) = h



नोट

p, b र h को अनुपातको सम्बन्धलाई sine, cosine र tangent को रूपमा कसरी जनाइन्छ भन्ने कुरा छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

$\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात लेख्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 369 को अभ्यास 20.1 को प्रश्न न. 1 का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ६ ओट्टै त्रिकोणमितीय अनुपात लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

त्रिकोणमितीय अनुपात लेखिएको चार्टपेपर, ग्रीक अक्षरको अङ्ग्रेजी नाम र उच्चारण लेखिएको चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई पालैपालो निम्न प्रश्नहरू सोधी कक्षा पूनरावलोकन गराउनुहोस् । (समकोणी त्रिभुजको चित्र देखाउँदै)

(अ) सन्दर्भकोणका आधारमा समकोणी त्रिभुजमा आधार (b), लम्ब (p) र कर्ण (h) छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

(आ) सन्दर्भकोण θ भए $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात लेख्नुहोस् ।

(इ) $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ का विपरीत अनुपात के हुन्छ ?

(ई) $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ र $\cot\theta$ को अनुपात लेख्नुहोस् ।

(उ) $\sin\theta \times \operatorname{cosec}\theta$, $\cos\theta \times \sec\theta$, र $\tan\theta \times \cot\theta$ को मान निकाल्नुहोस् ।

(ऊ) ग्रीक अक्षरहरूको सङ्केत, अङ्ग्रेजी नाम र उच्चारणहरू सम्बन्धित प्रश्नहरू सोध्नुहोस् ।

(पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. ३६६ मा दिइएको तालिकाअनुसार)

मूल्याङ्कन

$\cot\theta$ र $\cos\theta$ को अनुपात के के हुन् ?

क्रियाकलाप २

(क) चार्टपेपरमा तयार पारिएको देहाय जस्तै समकोणी त्रिभुज कक्षामा प्रदर्शन गर्दै निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दिइएको समकोणी त्रिभुजमा सन्दर्भकोण कुन हो ?

(आ) सन्दर्भकोणलाई आधार मान्दा समकोणी त्रिभुज ABC मा आधार (b), लम्ब (p) र कर्ण (h) का मानहरू कति कति छन् ? लेख्नुहोस् ।

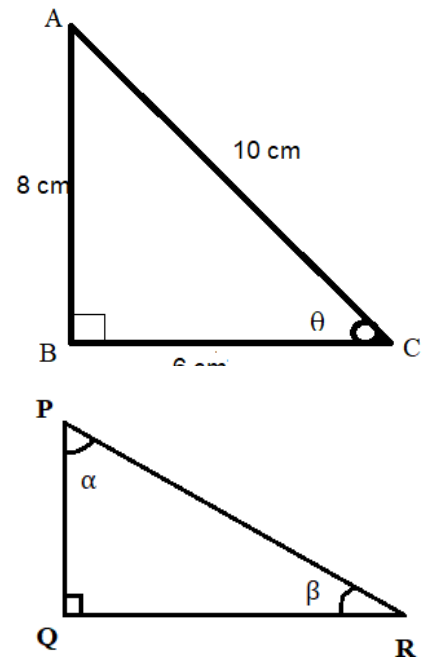
(इ) समकोणी त्रिभुजमा दिइएको मानहरूका आधारमा $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को मान कति कति होला ?

(ई) $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ र $\cot\theta$ को अनुपात निकाल्नुहोस् ।

(ख) यदि सन्दर्भकोण $\angle BAC$ मा दिइयो भने \sin , \cos , \tan , cosec , \sec र \cot को अनुपातमा फरक पछि कि पढैन ? छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको समकोण त्रिभुजमा,



(अ) $\angle QPR = \alpha$ लाई सन्दर्भ कोण मानेर लम्ब, आधार र कर्ण छुट्याउनुहोस् ।

(आ) $\sin\alpha$ र $\cos\beta$ को अनुपात निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 369 को अभ्यास 20.1 को प्रश्न न. 2 का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- पाइथागोरस साध्यको प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

नापसहितको चार्टपेपरमा बनाइएका समकोणी त्रिभुजका नमुनाहरू

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई चित्रमा देखाए जस्तो चार्टपेपरको नमुना देखाउँदै निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) यहाँ देखाइएको समकोणी त्रिभुजको नमुनामा सन्दर्भकोण कुन लिइएको छ ।

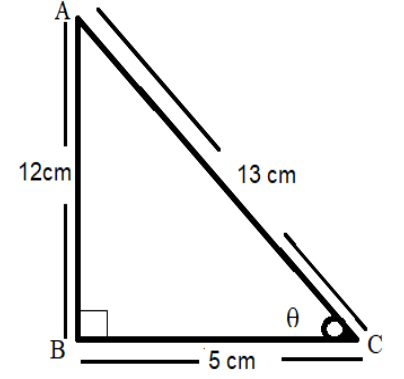
(आ) सन्दर्भकोणको आधारमा लम्ब (p), आधार (b) र कर्ण (h) ले कुन कुन भुजालाई जनाउँछ ? तिनीहरूको मान कति कति छ ? लेख्नुहोस्: जस्तै लम्ब (p) = 12 cm, आधार (b) = 5 cm र कर्ण (h) = 13 cm

(इ) लम्ब, आधार र कर्णको मानलाई वर्ग गर्दा कति कति हुन्छ, निकाल्नुहोस् ।

(ई) लम्ब (p), आधार (b) र कर्ण (h) को मानको वर्ग पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उ) पत्ता लगाएको लम्ब (p) र आधार (b) का वर्गहरूको योगफल कति हुन्छ ? उक्त योगफल र कर्ण (h) को वर्गसँग कस्तो सम्बन्ध होला, कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।

(ऊ) माथिको तथ्यबाट $h^2 = p^2 + b^2$ हुन्छ । यसलाई के भनिन्छ होला ?



मूल्याङ्कन

(अ) पाइथागोरस सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(आ) पाइथागोरस साध्यअनुसार p^2 र b^2 को योगफल बराबर h^2 हुन्छ वा हुँदैन, लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई तल देखाइए जस्ता प्रश्नहरू दिई निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्दै समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

(अ) यदि $\sin\theta = \frac{5}{12}$ भए, आधार (b) = ?, लम्ब (p) = ?, कर्ण (h) = ?, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को मान कति होला ?

(आ) यहाँ $\sin\theta$ को मान कति छ ?

(इ) $\sin\theta$ को अनुपात के हो ?

(ई) $\sin\theta$ को अनुपात र $\sin\theta$ को मान बराबर हुन पर्छ कि पर्दैन, लेख्नुहोस् ।

$$\text{जस्तै: } \sin\theta = \frac{p}{h}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{p}{h}$$

(उ) बराबर बनाई सकेपछि तुलना गर्दा आधार (b) र लम्ब (p) को मान कति कति होला ?

(ऊ) आधार (b) र लम्ब (p) को मान थाहा भएपछि कर्ण (h) को मान कसरी पत्ता लगाउने होला ?

(ऋ) पाइथागोरस सम्बन्ध प्रयोग गरी कर्ण (h) को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

जस्तै, $h^2 = p^2 + b^2$

$$h^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$h^2 = 169$$

$$h^2 = 132$$

$$h = 13$$

(ए) अब, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात के हो ?

(ऐ) $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपातमा मान राख्नुहोस् । नतिजा के आयो छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) यदि $\sin\theta = \frac{3}{5}$ भए h को मान कति हुन्छ ?

(आ) यदि $\cos\beta = \frac{4}{5}$ भए $\sin\beta$ र $\cot\beta$ को मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 369 को अभ्यास 20.1 को प्रश्न न. 3 र 4 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समकोणी त्रिभुजका भुजाहरूको अनुपातका आधारमा सामान्य प्रकृतिका सर्वसमिका प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

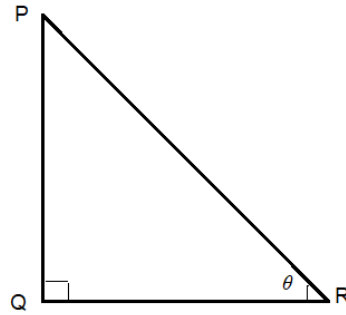
समकोणी त्रिभुजको नमुना र प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप १

(क) समकोणी त्रिभुजमा पाइथागोरियन सम्बन्धसम्बन्धी प्रश्नहरू सोधी कक्षा पुनरवलोकन गराउनुहोस्, जस्तै :

$$h^2 = \dots?, \quad h^2 - b^2 = \dots? \quad p^2 = \dots?$$

(ख) चित्रमा देखाइएजस्तो समकोणी $\triangle PQR$ को नमुना देखाउँदै निम्न क्रियाकलाप गराउनुहोस् :



(अ) दिइएको समकोणी त्रिभुज PQR मा सन्दर्भ कोण θ लिइयो भने, आधार (b), लम्ब (p) र कर्ण (h) जनाउने भुजाहरू कुन कुन हुन् ?

(आ) सन्दर्भकोण θ हुँदा पाइथागोरस सम्बन्ध कस्तो हुन्छ ?

$$(जस्तै :- PQ^2 + QR^2 = PR^2)$$

(इ) पाइथागोरस सम्बन्धअनुसार कर्ण भुजाको वर्गले दुवैतर्फ भाग गर्दा कस्तो नतिजा आउला ?

(ई) भाग गरिसकेपछि आएको $\frac{PQ}{PR}$ र $\frac{QR}{PR}$ लाई कुन अनुपातले जनाइन्छ ?

(उ) उक्त अनुपात प्राप्त नतिजामा राख्दा कस्तो सम्बन्ध देखिन्छ होला ? छलफल गरी जाँच्नुहोस् ।

$$जस्तै : \left(\frac{PQ}{PR}\right)^2 + \left(\frac{QR}{PR}\right)^2 = \left(\frac{PR}{PR}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{p}{h}\right)^2 + \left(\frac{b}{h}\right)^2 = (1)^2$$

$$\Rightarrow (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

(ऊ) त्यसै गरी माथिको पाइथागोरस सम्बन्धलाई आधार (b) को वर्ग र लम्ब (p) को वर्गले भाग गर्दा कस्तो नतिजा आउला, छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

त्रिकोणमितीय अनुपातका आधारमा तलका तथ्यहरू प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$(अ) \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$(आ) \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई तल देखाइएजस्तो Task दिई छलफल गराउँदै समाधान गराउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

एउटा 6 ft अग्लो बसको छतमा सामान पुऱ्याउनका लागि 10 ft लामो भऱ्याड छड्के पारेर राखिएको छ ।

(अ) उक्त बस र भऱ्याडबिचको दुरी कति होला ?

आ) सन्दर्भकोण भऱ्याडले जमिनसँग बनाएको कोणलाई θ मान्दा $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात लेख्नुहोस् ।

माथिको समस्या समाधान गर्न निम्नानुसारको प्रश्नहरू गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) माथि दिइएको प्रश्नअनुसार चित्र बनाउन सकिएला त ?

(आ) बस र जमिनले बनाएको कोण समकोण हुने भएकाले बसको उचाइ, भऱ्याड र जमिन मिलेर समकोणी त्रिभुजको आकार बन्छ भन्ने कुरा विस्तृतमा चित्रसहित छलफल गराउनुहोस् ।

(इ) समकोणी त्रिभुजको अवधारणाअनुसार भऱ्याडले जमिनसँग बनाएको कोण $\angle ACB$ लाई सन्दर्भकोण मान्दा कुन कुन भागलाई आधार (b), लम्ब (p) र कर्ण (h) मान्न सकिन्छ, लेख्नुहोस् ।

(ई) भऱ्याडको फेददेखि बससम्मको दुरीलाई केले जनाइन्छ ?

(उ) पाइथागोरस साध्य प्रयोग गरी बस र भऱ्याडको फेदसम्मको दुरी (आधार (b) को नाप कसरी पत्ता लगाउने

होला ? छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ऊ) भऱ्याडले जमिनसँग बनाएको कोणलाई सन्दर्भकोण θ लिँदा $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात कति कति होला ?

(ऋ) यदि बसको उचाई 8 ft र सोही नापको भऱ्याड छड्के पारेर राख्दा भऱ्याडको फेद र बस बिचको दुरीमा फरक पर्ला ? छलफल गर्नुहोस् र जाँचेर हेर्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

बसको उचाइ (AB) = 6 ft.

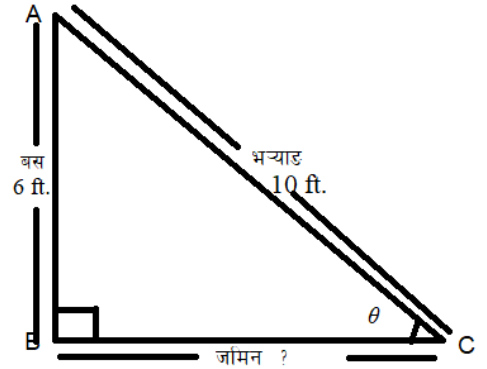
भऱ्याडको लम्बाइ (AC) = 10 ft

बस र भऱ्याडको फेदसम्मको दुरी (BC) = ?

भऱ्याडले जमिनसँग बनाएको कोण ($\angle BCA$) = θ

हामिलाई थाहा छ,

$$h^2 = p^2 + b^2$$



$$\Rightarrow (10 \text{ ft.})^2 = (6 \text{ ft.})^2 + b^2$$

$$\Rightarrow 100 = 36 + b^2$$

$$\Rightarrow 64 = b^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 8^2$$

$$\square b = 8 \text{ ft.}$$

बस र भ्याडको फेदसम्मको दुरी (BC) = 8 ft.

फेरि,

$$\sin\theta = \frac{p}{h} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{h} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{p}{b} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

मूल्याङ्कन

एउटा 7 ft अग्लो गाडीको छतमा सामान पुऱ्याउनका लागि एउटा भ्याड छड्के पारेर राखिएको छ । यदि उक्त गाडी र भ्याडबिचको दुरी 6 ft भए भ्याडको लम्बाइ कति होला ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज न. 370 को प्रश्न न. 5, 6 र 7 समाधान गर्न लगाई जाँच्नुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

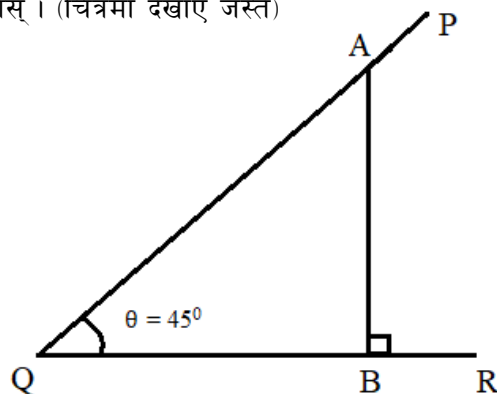
- $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ का कोणहरूको त्रिकोणमितीय अनुपातको मान निकाल्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति सामग्रीहरू, चार्टपेपर

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू गर्दै क्रियाकलाप गराउनुहोस् । (चित्रमा देखाए जस्तै)



(अ) प्रोट्रयाक्टरको सहायताले 45° को कोण खिच्नुहोस् । (जस्तै: $\angle PQR = 45^\circ$)

(आ) खिचिएको कोणका आधारमा कोणको एउटा भुजाबाट अर्को भुजामा लम्ब हुने गरी अर्को रेखा खिच्नुहोस्, जस्तै: $AB \perp QR$,

(इ) चित्रमा बनेको समकोणी $\triangle ABQ$ मा AB र BQ को नाप बराबर छ वा छैन जाँच्नुहोस् ।

(ई) $AB = BQ = x$ (मानौं) र पाइथागोरियन सम्बन्धअनुसार AQ को मान निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै: } AQ^2 = AB^2 + BQ^2$$

$$\text{or, } AQ^2 = x^2 + x^2$$

$$\text{or, } AQ^2 = 2x^2$$

$$\text{or, } AQ = \sqrt{2x^2}$$

$$\therefore AQ = x\sqrt{2}$$

(उ) अब समकोणी त्रिभुज ABQ मा $\sin\theta$, $\cos\theta$ र $\tan\theta$ को अनुपात लेख्नुहोस् ।

जहाँ, $\theta = 45^\circ$ छ ।

$$\text{जस्तै: } \sin\theta = \frac{p}{h} = \frac{AB}{AQ} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

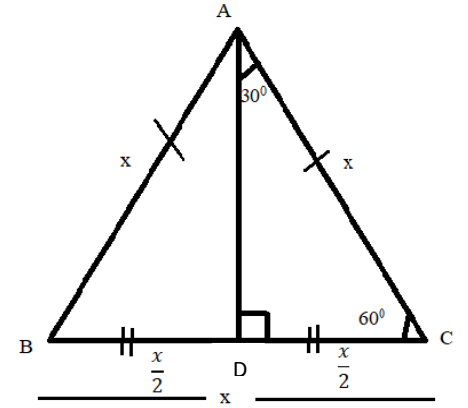
त्यसै गरी अन्य अनुपातको पनि मान निकाल्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

माथि खिचिएको त्रिभुज र अनुपातको आधारमा $\operatorname{Cosec}\theta$, $\operatorname{Sec}\theta$ र $\operatorname{Cot}\theta$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) चार्टपेपरमा तयार पारिएको समबाहु त्रिभुज (चित्रमा देखाए जस्तै) कक्षामा प्रदर्शन गर्दै निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :



(अ) चित्रमा देखाइएको समबाहु त्रिभुज ABC को भुजा र कोणविच कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?

(आ) समबाहु त्रिभुजका ३ ओटै भुजा बराबर र सबै कोणहरू 60° हुन्छन् भन्ने त्रिभुजको बिन्दु A बाट आधार BC मा लम्ब खिचन लगाउनुहोस् जसलाई AD ले BC लाई आधा गर्दछ ।

(इ) बिन्दु A बाट खिचिएको रेखाले त्रिभुज $\angle CAB$ लाई कसरी विभाजन गर्छ होला ? नापेर जाँचुहोस् ।
जस्तै : $\angle CAB = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$, $BD = DC = \frac{x}{2}$

(ई) बिन्दु A बाट BC खिचिएको रेखाले त्रिभुज ABC लाई कसरी विभाजन गर्छ होला, नापेर जाँचन लगाउनुहोस्

(उ) अब समकोणी $\triangle ACD$ लाई लिदा आधार (b), लम्ब(p) र कर्ण (h) जनाउने भुजाहरू कुन कुन हुन्, लेख्नुहोस् ।

(ऊ) पाइथागोरस साध्यअनुसार भुजा AD को नाप कसरी पत्ता लगाउने होला ? छलफल गरी मान निकालन लगाउनुहोस् ।

(ऋ) समकोणी त्रिभुज ACD मा भुजाहरू AC, AD र CD का नापहरू कति कति छन् ?

(ए) अब सन्दर्भकोण $\angle DAC = 30^\circ$ लिँदा आउने सबै अनुपातहरूको मान कसरी निकाल्ने होला ? छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ऐ) सोही प्रकारले सन्दर्भकोण $\angle DCA = 60^\circ$ लिँदा आउने सबै अनुपातहरूको नाप निकाल्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

$\sin 60^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cot 60^\circ$ को मान कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 373 मा भएको 0° र 90° को त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको मान निकाल्ने क्रियाकलाप कक्षाकोठामा गराई सबै अनुपातहरूको मान कसरी निकाल्ने छलफल गराउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 377 को अभ्यास 20.3 को प्रश्न न. 1 पूरा गरी जाँचुनुहोस् ।

छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

सबै अनुपातका $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ को त्रिकोणमितीय मान बताउन

शैक्षणिक सामग्री

त्रिकोणमितीय अनुपातको मान लेखिएको तालिका तयार पारिएको चार्टपेपर (पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. ३७४ अनुसार)

क्रियाकलाप १

विद्यार्थीलाई पहिलो कक्षामा 0° देखि 90° सम्मका standard कोणहरूको मान कसरी पत्ता लगाइयो ? सङ्क्षेपमा छलफल गराई कक्षा पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) चार्टपेपरमा तयार पारिएको त्रिकोणमितीय अनुपातको मान कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(अ) $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ का \sin, \cos र \tan का त्रिकोणमितीय मानहरू कति कति रहेछ ? छलफल गर्दै अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(आ) सोही कोणका $\operatorname{cosec}, \sec$ र \cot का त्रिकोणमितीय मानको सम्बन्ध कस्तो छ ? कसरी पत्ता लगाउने छलफल गराउनुहोस् ।

(इ) करिब 10 मिनेट छलफल र चार्टपेपर अध्ययनपश्चात् तालिका तयार गरिएको चार्टपेपर हटाउनुहोस् ।

(ई) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई दुई समूह वा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(उ) त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको मानहरू ($\sin, \cos, \tan, \operatorname{cosec}, \sec, \cot$) सोधी हाजिरी जवाफ खेल खेलाउनुहोस् ।

शिक्षकलाई सुझाव

त्रिकोणमितीय मान सम्झने तरिका पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 375 मा भएअनुसार छलफल गराई सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$ को मान निकाल्नुहोस् ।

(आ) $\frac{\sin 60^\circ}{\tan 45^\circ}$ को मान निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 377 मा भएको अभ्यासको प्रश्न न. 4 र 5 को प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

(क) त्रिकोणमितीय अनुपातसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

समकोणी त्रिभुजका नमुना तयार गरिएका चार्टपेपर । (सम्भव भएसम्म जियोबोर्ड र रबरब्यान्ड)

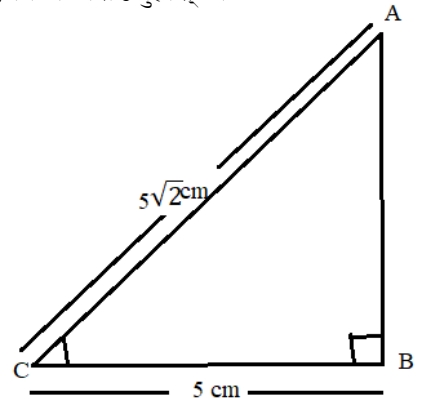
क्रियाकलाप १

(क) केही त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको मान सोधेर कक्षा पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(Sin30°, Tan45°, Cos60°, ...)

(ख) चार्टपेपरमा तयार गरिएको (निम्नअनुसारको) चित्रको नमुना देखाउँदै छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) यहाँ चित्रमा देखाइएको त्रिभुज कस्तो खालको त्रिभुज हो ?



(आ) उक्त समकोणी त्रिभुजमा सन्दर्भकोण दिइएको छ वा छैन ?

(इ) यदि ACB लाई सन्दर्भकोण मानियो भने आधार (b), लम्ब (p) का भुजाहरू कुन कुन हुन्छन् ?

(ई) सन्दर्भकोण फरक भयो भने आधार (b) र लम्ब (p) का भुजाहरूमा फरक पर्छ पढैन ?

(उ) सन्दर्भकोण फरक पर्दा कर्ण (h) को भुजा परिवर्तन हुन्छ हुँदैन ? छलफल गरी कारण दिनुहोस् ।

(ऊ) दिइएको त्रिभुजबाट सन्दर्भकोण $\angle ACB$ लाई लम्ब (p), आधार (b) र कर्ण (h) मध्ये कुन कुन भुजाहरूको मान थाहा छ ?

(ऋ) यहाँ थाहा भएको आधार (b) र कर्ण (h) प्रयोग भएको अनुपात कुन हो ? उक्त अनुपातमा मान राख्दा सन्दर्भकोणको मान कति हुन्छ होला ? छलफल गर्दै समाधान गर्न लगाउनुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस्, जस्तै: आधार र कर्ण प्रयोग हुने अनुपात = $\cos\theta$

$$\text{त्यस्तै, } \cos\theta = \frac{b}{h}$$

$$\cos\theta = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos\theta = \frac{5 \text{ cm}}{5\sqrt{2} \text{ cm}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(ए) $\cos\theta$ को मान कति हुँदा अनुपात $\frac{1}{\sqrt{2}}$ हुन्छ ?

$$\text{त्यसैले } \cos\theta = \cos 45^\circ$$

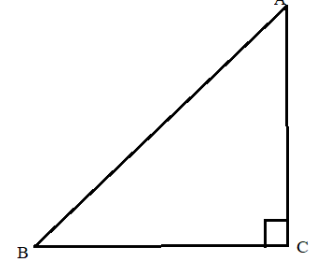
$$\theta = 45^\circ$$

त्यसैले, सन्दर्भकोण $\angle ACB = 45^\circ$

(ग) उक्त त्रिभुजमा $\angle CAB$ को मान कति होला ? छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई दिइएको समकोणी त्रिभुजका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी छलफल गराउनुहोस् ।



(अ) उक्त त्रिभुजमा यदि कर्णको लम्बाइ 13 cm र कुनै एक सन्दर्भकोण दिइएमा बाँकी भुजाहरू कसरी पत्ता लगाउने होला ?

(आ) बाँकी भुजा पत्ता लगाउन कुन अनुपात प्रयोग गर्न सकिएला ?

(इ) छलफल गराउदै बाँकी भुजाहरूको मान पत्ता लगाउनुहोस् । शिक्षकले आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

एउटा समकोणी त्रिभुजमा आधार (b) = 5cm र कर्ण (h) = $5\sqrt{2}$ cm भए सन्दर्भकोण र बाँकी भुजाको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) विद्यार्थीलाई देहायअनुसारको परियोजना कार्य दिनुहोस् ।

(ख) कक्षालाई उपर्युक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहले निम्नलिखित समूह कार्य तयार गरी परियोजना कार्य प्रतिवेदन कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

चार्टपेपरमा दुईओटा सिधारेखाहरू एकआपसमा लम्ब हुने गरी खिच्नुहोस् । ती सिधा रेखाहरूको छेउछेउका बिन्दुहरू जोडेर बनेको त्रिभुजलाई नामकरण गरी सबै भुजाहरूको लम्बाइको नाप लिनुहोस् । दुईओटा न्यून कोणको त्रिकोणमितीय अनुपातहरू लेख्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, साइनपेन, कलर, आदि

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीले परियोजना कार्यमा दिएअनुसार कार्य सम्पन्न गरे नगरेको यकिन गर्नुहोस् ।

(ख) परियोजना कार्यमा के के गर्नुपर्ने थियो सोहीअनुसार क्रमशः कुन कुन कार्य गरे 1/2 जना प्रतिनिधिमूलक

विद्यार्थीलाई प्रश्न सोधी कक्षा पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(ग) पालैपालो विद्यार्थीको समूहलाई आआफ्नो परियोजना कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै विचविचमा निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी छलफल गराउनुहोस् :

(अ) दुईओटा सिधारेखा लम्ब हुने गरी कसरी खिचियो ?

(आ) ती सिधा रेखा आपसमा बराबर छन् वा छैनन् ?

(इ) छेउछेउका बिन्दुहरू जोड्दा कतिओटा समकोणी त्रिभुज बने ?

(ई) उक्त त्रिभुजहरूका भुजाको नाप बराबर छ वा छैन ? कति कति छ ?

(उ) सन्दर्भकोण कति कति आयो ?

(ऊ) सबै त्रिभुजका न्यून कोणको योगफल कति कति छ ?

(ऋ) समकोणी त्रिभुज अनुरूपका विषयवस्तु हाम्रो जीवनमा कहीं प्रयोग भएको छ त ? कहाँ कहाँ कसरी प्रयोग भएको छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 377 र 378 का प्रश्न न. 5 र 6 समाधान गर्नुहोस् ।